السلسلة الثالثة

تمرين 1 : في نهائي بطولة العالم لألعاب القوى لـ 100 متر، ثمانية عدائين، ثلاثة من هؤلاء العدائين جزائريون. الثلاثة عدائين الأوائل الذين يصلون هم من يعتزون إلى المنصة بترتيب وصولهم.

1 ـ كم عدد المنصات الموجودة؟

2 ـ كم عدد المنصات أين الفائزين جزائريون 100%؟

تمرين 2 : في مجموعة مكونة من 10 رجال و 8 نساء و 7 أطفال ، كم عدد الطرق المختلفة التي يمكننا وضعهم بها على خط مستقيم إذا كان:

1 ـ يمكن وضعها بحرية.

2 ـ رغبة الرجال في البقاء متجمعين.

تمرين 3 : نريد أن نضع على الرف 4 كتب للرياضيات (مختلفة) و 6 كتب للفيزياء و 3 كتب للكيمياء. كم عدد الطرق التي يمكننا بها تنظيم أو ترتيب هذة الكتب على الرف حيث:

1 ـ إذا جمعنا الكتب حسب الموضوع.

2 ـ إذا جمعنا كتب الرياضيات فقط.

تمرين 4 : عد الجناس من الكلمات التالية : $MATHS$، $RIRE$، $ANANAS$.

تمرين 5 : يوجد في بيتي سلم مكون من 11 درجة. لكي أنزل بهذا السلم أو الدرج ، يمكنني في كل خطوة أن أنزل خطوة واحدة أو أنزل خطوتين أو أنزل ثلاث خطوات في المرة الواحدة. كم عدد الطرق التي يمكن أن أنزل بها هذا الدرج؟

تمرين 6 : في غرفة واحدة ، يوجد طاولتين. تحتوي الأولى على 3 كراسي مرقمة من 1 إلى 3، والثانية تحتوي على 4 كراسي مرقمة من 1 إلى 4.
يدخل سبعة أشخاص. كم عدد الاحتمالات الموجودة لتوزيعهم حول هذين الطاولتين؟

حـــل التمرين الأول

1 ـ بالنسبة للمرتبة الأولى لها 8 خيارات ممكنة والمرتبة الثانية 7 خيارات ممكنة والمرتبة الثالثة 6 خيارات ممكنة
وبالتالي ، فإن عدد المنصات المحتملة يساوي

$8 * 7 * 6 =$ 336. خيارا ممكنا

2 ـ العداء الأول جزائري أي له 3 خيارات ممكنة والثاني أيضا جزائري تبقى له 2 خيارات ممكنة والثالث جزائري أيضا اي يبقى له 1 خيار واحد فإن عدد المنصات المحتملة يساوي

$3 * 2 * 1 =$ 6. خيارات ممكنة

حـــل التمرين الثاني

1 ـ بوضعها بحرية توجد $3!$ طريقة إختيار الترتيب بين أوضاع الرجال والنساء و الأطفال، لكن هناك $10!$ طريقة في ترتيب الرجال كما أن هناك $8!$ طريقة في ترتيب النساء و $7!$ طريقة في ترتيب الأطفال ومنه عدد إمكانيات الترتيب هي:

$$3! * 10! * 8! * 7!$$

2 ـ بوضعنا الرجال مجتمعين معا نكون هناك $3!$ طريقة إختيار الترتيب بين أوضاع الرجال والنساء و الأطفال، لكن هناك طريقة واحدة لإختيار الرجال لكن تبقى $8!$ طريقة لترتيب النساء و $7!$ طريقة لترتيب الأطفال ومنه عدد إمكانيات الترتيب هي:

$$3! * 1! * 8! * 7!$$

حـــل التمرين الثالث

1 ـ يوجد $3!$ طريقة لاختيار ترتيب المواد. مثل هذه الطريقة المختارة ، هناك $4!$ طريقة ترتيب لكتب الرياضيات $6!$ طريقة لترتيب كتب الفيزياء ، و$3!$ طرق ترتيب كتب الكيمياء. عدد إمكانيات الترتيب هي:

$$3! * 4! * 6! * 3!.$$

2 ـ قد يكون هناك من $0, 1, ..., 9$ كتاب وضعت قبل كتب الرياضيات. لذلك هناك 10 اختيارات لعدد الكتب الموضوعة قبل كتاب الرياضيات. في هذه الاختيارات ، هناك$4!$ طريقة لوضع كتب الرياضيات ، و $9!$ طريقة لوضع الآخرين : لذلك هناك ما مجموعه

$$10 * 4! * 9!$$

ترتيب مختلف. **حـــل التمرين الرابع**

يقابل الجناس الناقص تبديل حروف الكلمة. ولكن إذا استبدلنا حرفين متطابقين، نجد نفس الكلمة! لذلك يجب أن نقسم العدد الإجمالي للتبديل على عدد التباديل بين الحروف المتطابقة. لذلك نجد:

1− تحتوي كلمة $MATHS$ على 5 حروف، نستطيع تكوين ماعدده $5!$ من الكلمات من نفس الحروف.

2− تحتوي كلمة $RIRE$ على 4 حروف من بينهم حرف مكرر مرتين، نستطيع تكوين ماعدده $4!/2!$ من الكلمات من نفس الحروف.

3− تحتوي كلمة $ANANAS$ على 6 حروف من بينهم حرف مكرر مرتين و حرف مكرر ثلاث مرات، نستطيع تكوين ماعدده $6!/(2! * 3!)$ من الكلمات من نفس الحروف.

حـــل التمرين الخامس

نضع $S(n)$ عدد طرق نزول السلم يحتوي 4 خطوات.

لدينا $S(1) = 1$ ، $S(2) = 2$ (إما أن ننزل خطوة واحدة مرتين ، أو ننزل خطوتين دفعة واحدة) ، و $S(3) = 4$ أو خطوتنا الأولى للنزول ثلاث خطوات، تبقى خطوة واحد لأسفل ، أو النزول خطوة واحدة ، وهناك خطوتين لأسفل . بمعنى آخر ، $S(3) = 1 + 1 + S(2) = 4$.

الآن دعونا نبحث عن صيغة التكرار لـ $S(n)$ عندما تكون n أكبر من أو تساوي 4. حيث نفكر وفقاً للخطوة الأولى:

ننزل خطوة واحدة فقط: في هذه الحالة ، لا يزال هناك سلم مع $n-1$ خطوات للنزول ، وبالتالي إمكانيات $S(n-1)$.

أو ننزل خطوتين: في هذه الحالة ، لا يزال هناك درج مع $n-2$ خطوات للنزول ، وبالتالي إمكانيات $S(n-2)$.

وإلا فإننا ننزل ثلاث خطوات: في هذه الحالة ، لا يزال هناك درج مع $n-3$ خطوات للنزول ، وبالتالي إمكانيات $S(n-3)$.

لذلك لدينا صيغة التكرار

$$S(n) = S(n-1) + S(n-2) + S(n-3)$$

يجب أن نحسب $S(11)$. هناك عدة طرق ممكنة. يمكننا على سبيل المثال استخدام الخوارزميات، على سبيل المثال بإستعمال التطبيق R

```
S=function(x){ if (x < 1) { 0}
else if ( x==1) {1}
else if ( x==2) {2}
else if ( x==3) {4}
else {
S(x-1)+S(x-2)+S(x-3)}}
```

نجد أن

$$S(11) = \text{504 طريقة ممكنة}$$

حـــل التمرين السادس

نبدأ باختيار الأشخاص الذين سيستقرون حول الطاولة الأولى. هناك (C_7^3) احتمالية. بعد ذلك ، يمكن للأشخاص الثلاثة الموجودين حول الطاولة الأولى اختيار مكانهم بحرية. يوجد $3!$ إختيار (ما يصل إلى تبديل 3 كراسي). وبالمثل ، هناك $4!$ خيارات للأشخاص الذين يجلسون حول الطاولة الثانية. وبالتالي فإن العدد الإجمالي للإمكانيات هو

$$C_7^3 * 3! * 4! = 7!.$$

النتيجة $7!$ يوضح أن التعداد الذي قمنا به ، والذي يتبع البيانات الواردة في البيان ، يمكن تبسيطه. في الواقع ، إن حقيقة فرض طاولتين لا يغير المشكلة فعلياًا: يجب أن نضع 7 أشخاص على 7 كراسي ، وهناك $7!$ طريقة مختلفة للقيام بذلك.