Solution de Serie N°2
Module : Stat descriptive ($1^{ère}$ MI)

• Ex.5 :

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	10	20	35	15	10	6

1] • La moyenne $\overline{X} = ?$

Soient $\begin{cases} k \text{ le nbr de modalites} \Rightarrow \boxed{k = 6} \\ \text{et} \\ n = \sum n_i = 10+20+35+15+10+6 = 96 \end{cases}$

On a : $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i x_i$ alors

$\overline{X} = \frac{1}{96} \sum_{i=1}^{6} n_i x_i$

$\Rightarrow \overline{X} = \frac{1}{96} \left[0(10) + 1(20) + 2(35) + 3(15) + 4(10) + 5(6) \right]$

$\Rightarrow \overline{X} = \frac{1}{96} [205] \Rightarrow \boxed{\overline{X} \simeq 2,135}$

• L'écart-type : $\sigma(x) = ?$

On a : $\sigma(x) = \sqrt{Var(x)}$ où :

$Var(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \overline{X})^2$

$\Rightarrow Var(x) = \frac{1}{96} \sum_{i=1}^{6} n_i (x_i - 2,135)^2$

$\Rightarrow Var(x) = \frac{1}{96} [167,23]$

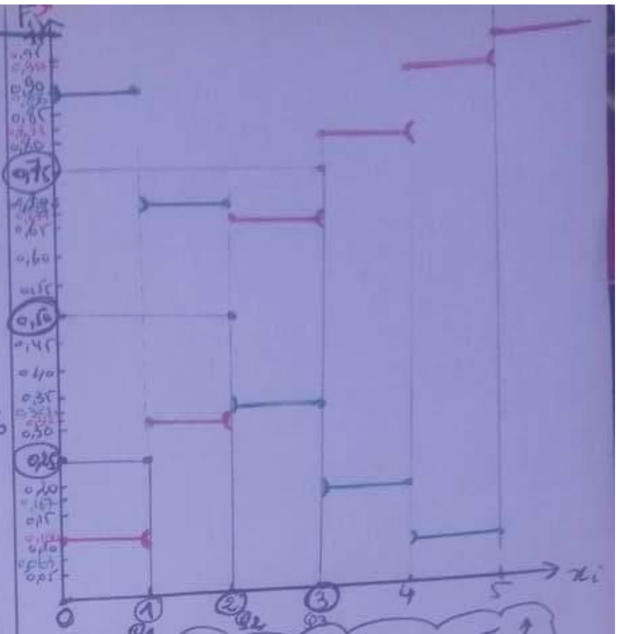
$\Rightarrow \boxed{Var(x) \simeq 1,74}$

alors : $\sigma(x) \simeq \sqrt{1,74} \Rightarrow \boxed{\sigma(x) \simeq 1,31}$

• 2] La fct cumulative des fréquences :

x_i	0	1	2	3	4	5	Σ
n_i	10	20	35	15	10	6	96
$f_i = \frac{n_i}{n}$	0,104	0,208	0,365	0,156	0,104	0,063	1
• $F_i \uparrow$	0,104	0,312	0,677	0,833	0,937	1	/
$F_i \downarrow$	1	0,896	0,688	0,323	0,167	0,063	/

$F_i \uparrow = F_{i-1} + f_i$ / $F_i \downarrow = F_{i-1} - f_{i-1}$



Les fcts cumulatives des fréquences $F_i \uparrow \downarrow$

3] Déduire les Quartiles Q_1, Q_2 et Q_3 ?

On peut déduire facilement que :

• $Q_1 = x_{(\frac{n}{4})} = x_{(24)} \Rightarrow \boxed{Q_1 = 1}$

• $Q_2 = M_e = \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} = \frac{x_{(48)} + x_{(49)}}{2}$

$\Rightarrow Q_2 = \frac{2+2}{2} \Rightarrow \boxed{Q_2 = 2}$

• $Q_3 = x_{(\frac{3n}{4})} = x_{(72)} \Rightarrow \boxed{Q_3 = 3}$

$2^{ème}$ Methode : (d'après le graphe) $F_i \uparrow$

$\begin{cases} F(Q_1^-) < 0,25 \leq F(Q_1^+) \\ F(Q_2^-) < 0,5 \leq F(Q_2^+) \\ F(Q_3^-) < 0,75 \leq F(Q_3^+) \end{cases}$ où $\begin{cases} Q_1 = Q_1^+ \\ Q_2 = M_e = Q_2^+ \\ Q_3 = Q_3^+ \end{cases}$

On voit du graphe que :

$\begin{cases} 0,104 < 0,25 \leq 0,312 \\ 0,312 < 0,50 \leq 0,677 \\ 0,677 < 0,75 \leq 0,833 \end{cases}$

La suite de solution d'Exo5:

$$\Rightarrow \begin{cases} F(0)=0{,}104 < 0{,}25 \leq F(1)=0{,}312 \\ F(1)=0{,}312 < 0{,}50 \leq F(2)=0{,}677 \\ F(2)=0{,}677 < 0{,}75 \leq F(3)=0{,}833 \end{cases}$$

alors on conclus que:

$$\begin{cases} Q_1 = Q_1^+ = 1 \\ Q_2 = Q_2^+ = Me = 2 \\ Q_3 = Q_3^+ = 3 \end{cases}$$

Exo6:

Soit la serie statistique suivante:

X	0	1	2	3	4	5	Σ
ni	8	n_2	n_3	15	10	5	90

et $\overline{X} = 2{,}1333$

1] Déterminer n_2 et n_3:

On a: $\begin{cases} n = 90 \\ \overline{X} = 2{,}133 \end{cases}$ où $\begin{cases} n = \sum_{i=1}^{k} n_i \\ \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i \end{cases}$

alors: $\begin{cases} n_1+n_2+n_3+n_4+n_5+n_6 = 90 \\ \frac{1}{90}\left[0(8)+1(n_2)+2(n_3)+3(15)+4(10)+5(5)\right] = 2{,}133 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} n_2+n_3+38 = 90 \\ \frac{1}{90}\left[n_2+2n_3+110\right] = 2{,}133 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n_2+n_3 = 90-38 = 52 \\ n_2+2n_3 = 90(2{,}133)-110 = 81{,}997 \simeq 82. \end{cases}$$

alors: $n_2 = 52 - n_3 \Rightarrow (52-n_3)+2n_3 \simeq 82$

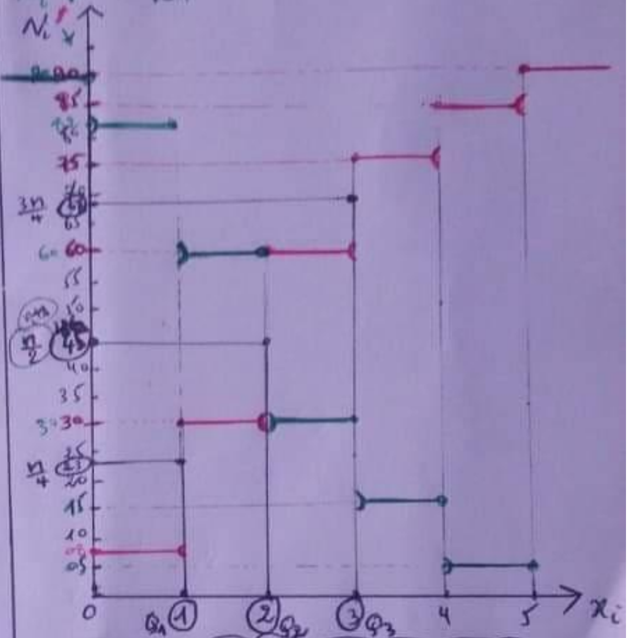
$\Rightarrow n_3 = 82-52 \Rightarrow n_3 = 30$

et par suite: $n_2 = 22$.

2] Les fct cumulative des effectifs

X	0	1	2	3	4	5	Σ
n_i	8	22	30	15	10	5	90
$N_i\uparrow$	8	30	60	75	85	90	/
$N_i\downarrow$	90	82	60	30	15	5	/

- $N_i\uparrow = N_{i-1}\uparrow + n_i$
- $N_i\downarrow = N_{i-1}\downarrow - n_{i-1}$



Les fcts cumulatives des effectifs $N_i\uparrow\downarrow$

- Déduire les quartiles Q_1, Q_2 et Q_3 = ?

D'après le graphe on déduire que.

- $Q_1 = x_{(\frac{n}{4})} = x_{(22{,}5)} \simeq X_{(23)} =$

$\Rightarrow Q_1 = 1$

- $Q_2 = Me = \frac{x_{(\frac{n}{2})}+x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} = \frac{x_{(45)}+x_{(46)}}{2}$

$= \frac{2+2}{2} \Rightarrow Q_2 = 2$

- $Q_3 = x_{(\frac{3n}{4})} = x_{(67{,}5)} \simeq x_{(68)}$

$\Rightarrow Q_3 = 3$