حل سلسلة الأعمال التوجيهية رقم (2)

التمرين 1:

وضعت شحنة نقطية موجبة q داخل كرة ناقلة رقيقة الجدران، نصف قطرها R، وعلى مسافة r_0 من مركزها O.

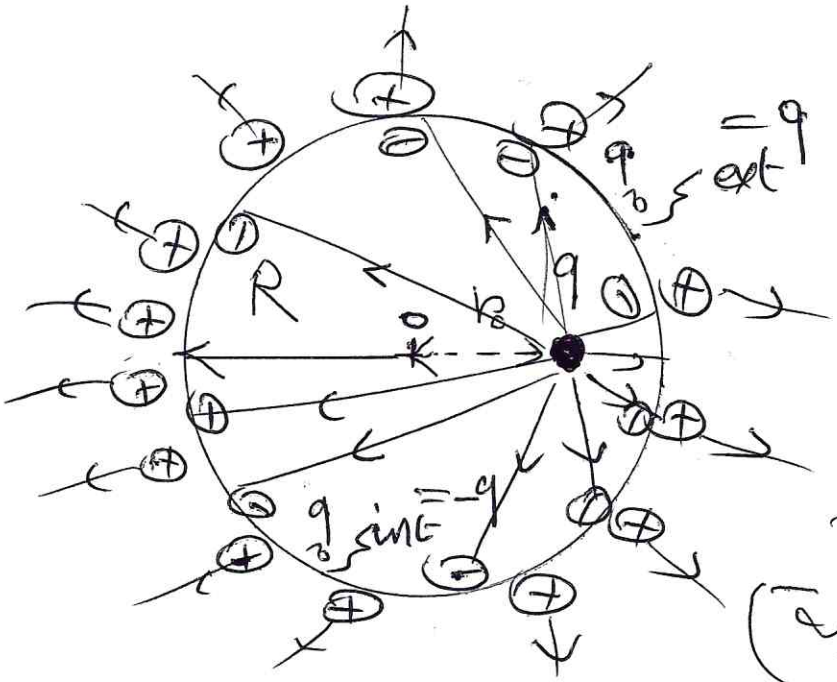
- أوجد الشحنات المتحرضة على السطحين الداخلي والخارجي للكرة في الحالات الآتية :

أ) الكرة معزولة وغير مشحونة (معتدلة كهربائيا)،

ب) الكرة معزولة ومشحونة بشحنة q_0،

ج) الكرة موصولة بالأرض.

الحل:



(أ) الكرة معزولة وغير مشحونة (معتدلة كهربائيا)

q موجبة (محرضة)

#شحنات الكرة (الموجبة والسالبة) متحرضة

ماذا تحدث ؟

خطوط الحقل الكهربائي الصادرة من الشحنة q تصل الى الكرة ← فتحرض شحناتها

تتراكم الشحن السالبة (من اشارة معاكسة لـ q) على الوجه الداخلي للكرة وعليه:

$$q_{كرة int} = -q$$

[$q_{كرة int}$: شحنة الوجه الداخلي للكرة]

اما الوجه الخارجي للكرة فيحمل شحنة

$q_{كرة ext} = ?$

نحسبها عن طريق تطبيق مبدأ الحفاظ الشحنة الكهربائية.

$$\sum_i q_i = cte$$

الكرة معزولة

$$q_{كرة} = 0 = q_{كرة int} + q_{كرة ext}$$

$$0 = -q + q_{كرة ext} \Rightarrow$$

$$\boxed{q_{كرة ext} = q}$$

خطوط الحقل المنطلقة من q وصلت الى الوجه الداخلي للكرة ثم تنقطع وتبدأ من جديد من الوجه الخارجي للكرة لتذهب الى اللانهاية.

ب) الكرة معزولة ومشحونة بشحنة q:

نفس الظاهرة تحدث: خطوط الحقل تنطلق من q وتصل الى الكرة فتحرض الشحنات فيشحن الوجه الداخلي للكرة بعكس شحنة q $\Leftarrow$

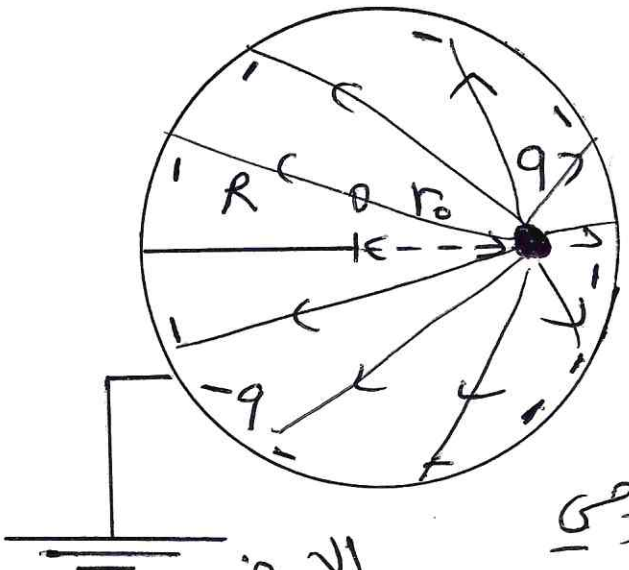
$$\boxed{q_{كرة int} = -q}$$

أما الوجه الخارجي للكرة فسوف تحمل شحنة q_{ext} كرة نحسبها بتطبيق مبدأ الخواص الشحنة الكهربائية

$$q_0 = q_{int\ كرة} + q_{ext\ كرة}$$

$$\Rightarrow q_0 = -q + q_{ext\ كرة} \Rightarrow \boxed{q_{ext\ كرة} = q + q_0}$$

ج) الكرة موصولة بالأرض:



عند وصل الكرة بالأرض تتسرب الشحنات q_{ext} كرة الى الأرض ويصبح الوجه الخارجي للكرة معدوم الشحنة. وتبقى شحنات الوجه الداخلي للكرة كما هي $\boxed{q_{int\ كرة} = -q}$ فهي مشدودة بقوة الحقل الكهربائي الناتج عن q.

إذن: $\boxed{q_{int\ كرة} = -q \text{ و } q_{ext\ كرة} = 0}$

خطوط الحقل تنطلق من q لتصل للوجه الداخلي للكرة فقط.

حل سلسلة الأعمال التوجيهية رقم (2)-تابع

التمرين 3:

نحيط كرة ناقلة (S_1) نصف قطرها R_1 وتحمل شحنة موجبة q بطبقة كروية ناقلة نصف قطرها الداخلي R_2 والخارجي R_3. هذه الطبقة الكروية تحمل نفس الشحنة q ، الطبقة الكروية معزولة .

1) أوجد توزيع الشحنات .

2) احسب الحقل والكمون الكهربائيين في جميع نقاط الفضاء ثم أرسم منحنييهما البيانيين.

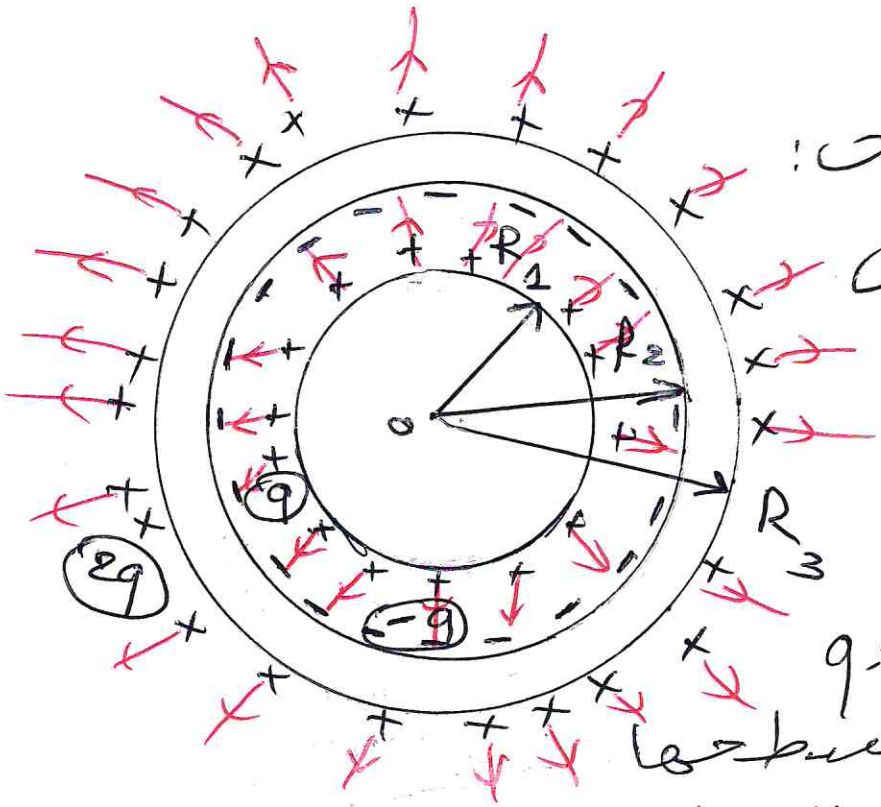
3) استنتج كمون الكرة (S_1) وكمون الطبقة الكروية: لماذا هذان الناقلان عبارة عن مكثفة؟

أ) استنتج شحنة المكثفة المتشكلة وكمون كل لابوس، ب) احسب السعة .

4) نصل الكرة بالطبقة الكروية بواسطة سلك ناقل : صف ماذا يحدث ؟

- احسب الطاقة قبل الوصل وبعد الوصل.

الحل:



1) توزيع الشحنات:

نوع التأثيرين الكهربائيين هو: تأثير كلي.

شحنة (S_1) : q تتوزع على سطحها (الشكل) ← تنطلق خطوط الحقل من سطح (S_1) لتصل الى السطح الداخلي للطبقة الكروية فتحرض شحنتها.

← تتراكم الشحنة ⊖ على الوجه الداخلي للطبقة الى غاية التوقف عند القيمة $(-q)$

$$\boxed{q_{int} = -q}$$

اما الوجه الخارجي (السطح الخارجي) فسوف تحمل شحنة q_{ext} حسب تطبيق مبدأ انحفاظ الشحنة الكهربائية.

$$q = q_{int} + q_{ext} \Rightarrow$$

$$q = -q + q_{ext} \Rightarrow \boxed{q_{ext} = 2q}$$

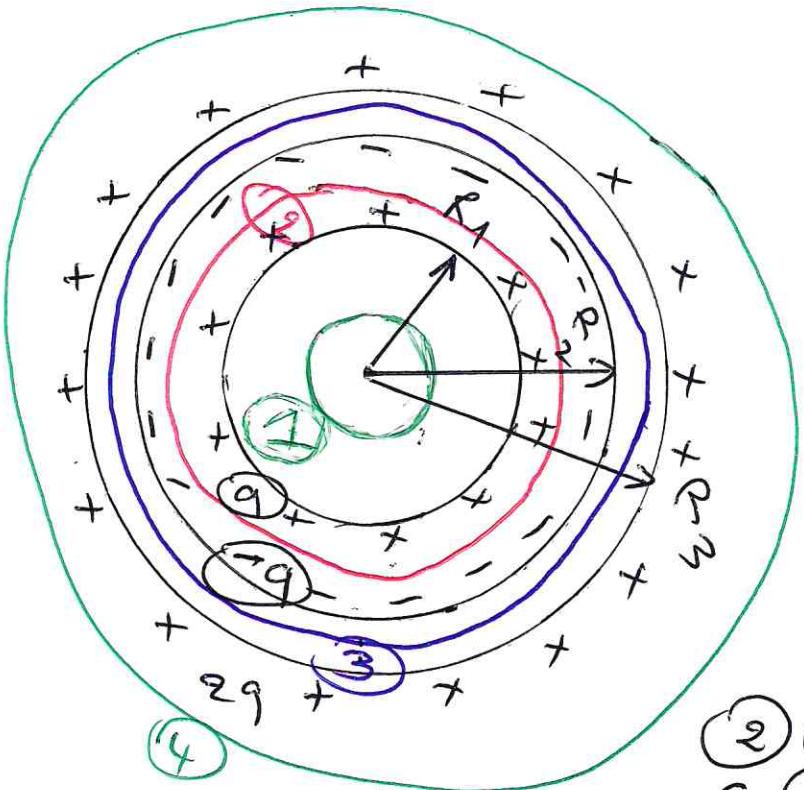
ج) حساب الحقل: نطبق نظرية غاوس تحت سطح غاوس كرة $r = R_1$ وهي نفس مركز الكرتين (C_1) و الطبقة.
بسبب التناظر الكروي الحقل الكهربائي نصف قطري.

نحسب $\Phi = \iint_{(S)} \vec{E} \cdot \vec{dS}$

$$\boxed{\Phi = E \iint_{(S)} dS = ES = E 4\pi r^2}$$

نقسم الفضاء الى 4 اقسام:

(*) ① $R_1 > r > 0$: سطح غاوس (2) لا يحتوي داخله q_i ؟



$$\sum_i q_i = 0$$

$$\epsilon_1 4\pi r^2 = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = 0$$

$$\epsilon_1 = 0$$

سطح: $R_2 > r > R_1$ ⊛

غاوس ②

$\sum q_i$ داخل ②؟ ⇐ $\sum q_i = q$

$$\epsilon 4\pi r^2 = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow \epsilon_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

③ سطح غاوس: $R_3 > r \geq R_2$ ⊛

$\sum q_i$ داخل ③؟

$$\sum q_i = -q + q = 0 \Rightarrow \sum q_i = 0$$

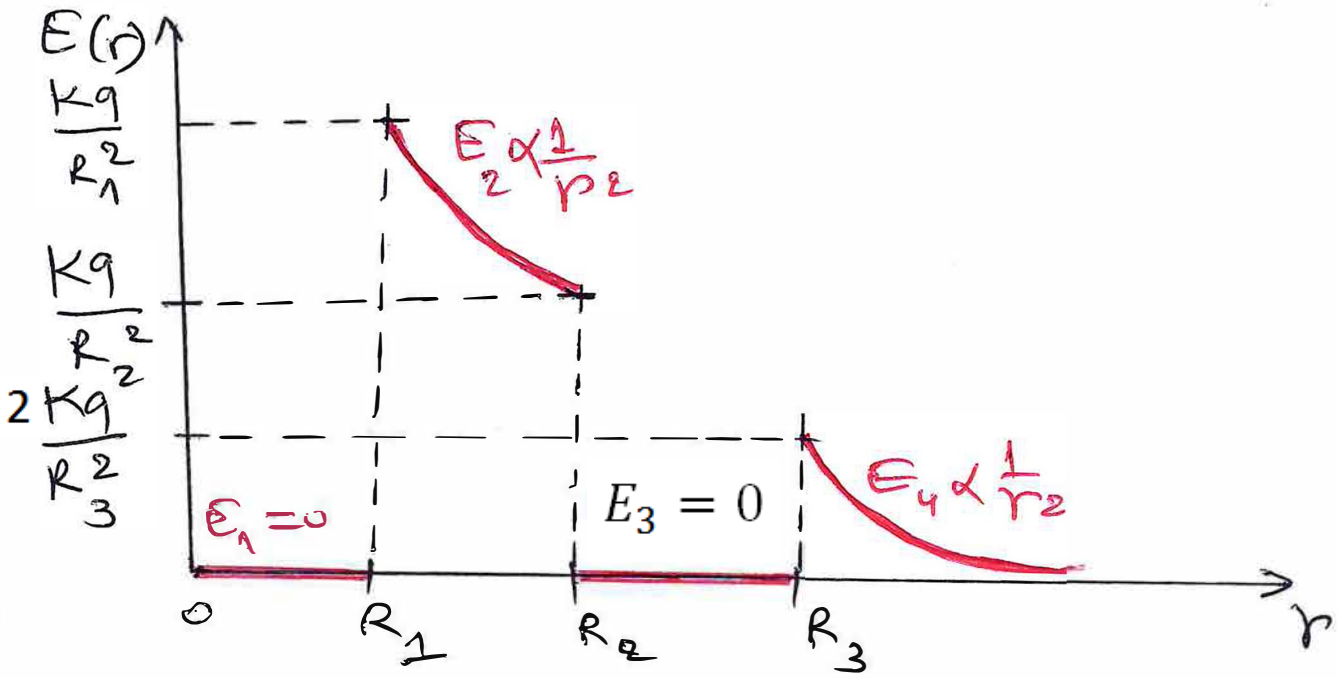
$$\epsilon 4\pi r^2 = \frac{0}{\epsilon_0} \Rightarrow \epsilon_3 = 0$$

④ سطح غاوس: $+\infty > r \geq R_3$ ⊛

$\sum q_i$ داخل ④؟

$$\sum q_i = 2q - q + q = 2q \Rightarrow \sum q_i = 2q$$

$$\epsilon 4\pi r^2 = \frac{2q}{\epsilon_0} \Rightarrow \epsilon_4 = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



تمرين : الحقل الكهربائي

- حساب الكمون الكهربائي : عن طريق علاقة التدرج:

$$dV = -\vec{E}.\vec{dr} = -E.dr$$

$$\boxed{V = -\int E\,dr}$$

* $r \geq R_3$: $V_4 = -\int E_4\,dr = -\int \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr$

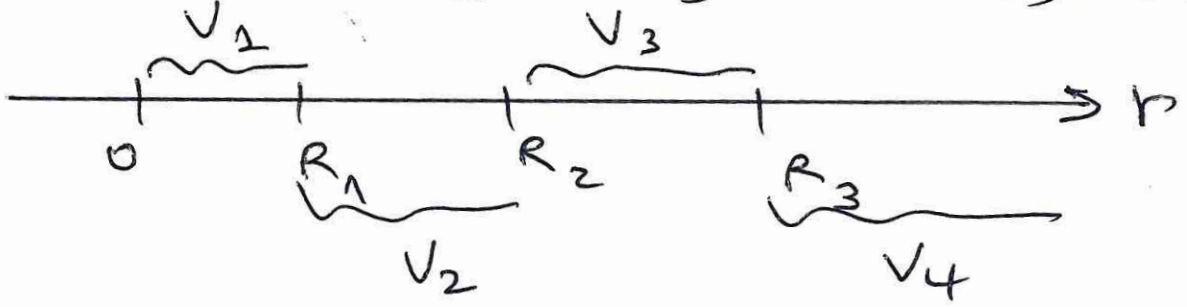
$$V_4 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C_4 \longrightarrow C_4 = ?$$

$V_4 \to 0$, $r \to +\infty$ $\Rightarrow C_4 = 0 \Rightarrow$ $\boxed{V_4 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$

* $R_3 > r > R_2$: $V_3 = -\int E_3\,dr = -\int 0\,dr = C_3$

الكمون مستمر في جميع نقاط الفضاء

⇐ الگوی ستر عند R_3:



$$V_3(R_3) = V_4(R_3) \Rightarrow C_3 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$\boxed{V_3 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}}$$

$$R_2 > r \geq R_1 \Rightarrow V_2 = -\int E_2 dr = -\int \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

$$V_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + C_2 \rightarrow C_2 = ?$$

الگوی ستر عند R_2:

$$V_2(R_2) = V_3 \Rightarrow \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + C_2 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$C_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow$$

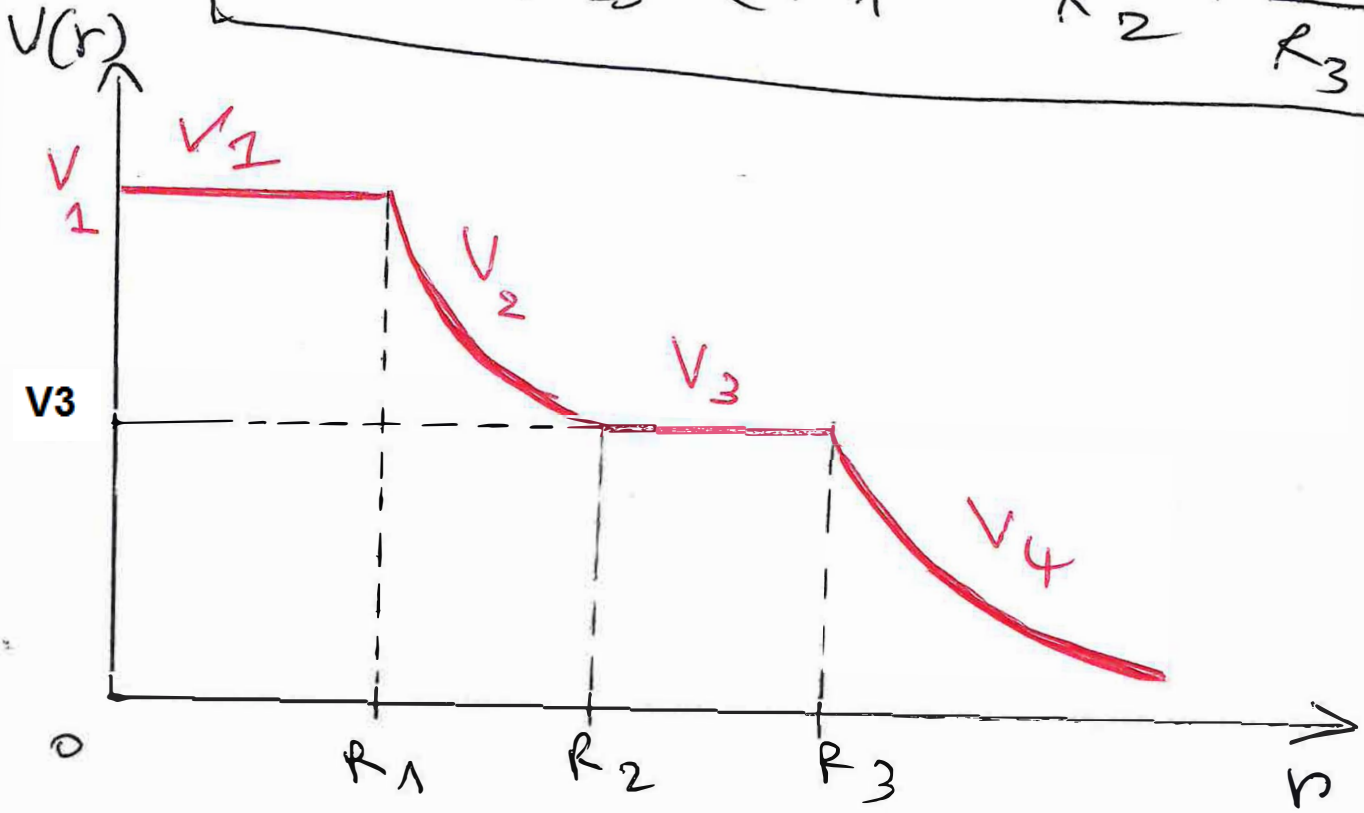
$$\boxed{V_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_3}\right)}$$

⊛ $r \leq R_1$: $V_1 = -\int E_1 dr = C_1$

$V_1(R_1) = V_2(R_1)$: R_1 عند مستمر الكمون

$$V_1 = C_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_3}\right)$$

$$\boxed{V_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_3}\right)}$$



ب ن الكمون الكهربائي

3) الكمون الذي تحدثه الكرة (S_1) هو V_2 ←

$$(S_1) \rightsquigarrow V_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_3}\right)$$

• كمون الطبقة الكروية هو V_3

$$V_3 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

• هاذان الناقلان عبارة عن مكثفة لأنها تحت تأثير كهربي. (P) شحنة المكثفة: q

كمون اللاسوس الأول: V_2
كمون اللاسوس الثاني: V_3

(ب) حساب سعة المكثفة:

$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

$$\Rightarrow C = \frac{q}{V_1 - V_3} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right)$$

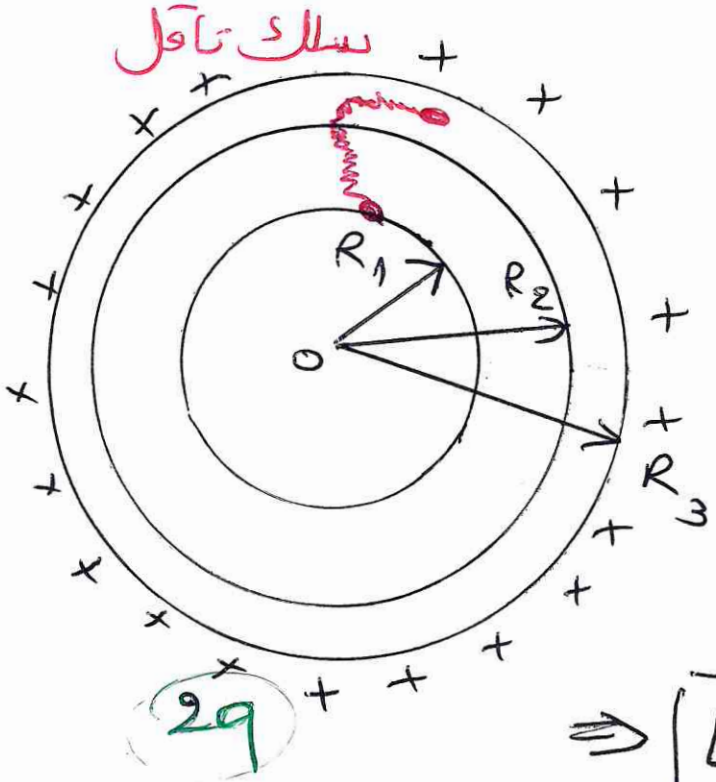
(ج) نصل الكرة بالطبقة الكروية بواسطة سلك ناقل، صف ماذا يحدث؟

الكرة (1) والطبقة يصبحان ناقلا واحداً يعاد توزيع الشحنات وعند التوازن تتوزع الشحنات على السطح الخارجي للطبقة الكروية (الشكل).

الشحنات = شحنة (S_1) + شحنة الطبقة

$$\Leftarrow \boxed{\text{الشحنات} = q + q = 2q .}$$

* الطاقة قبل الوصل:



$$E_p = \frac{1}{2}\sum_i q_i V_i$$

$$E_p = \frac{1}{2}\left[qV_1 + (-q)V_3 + (2q)V_3\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{E_p = \frac{1}{2}q(V_1 + V_3)}$$

* الطاقة بعد الوصل:

بعد الوصل (الشكل) كل تتعادل الكرتين (S_1) والطبقة لهما نفس الكمون وهو V_3.

$$E_p = \frac{1}{2}(2q)V_3 = qV_3$$

$$\boxed{E_p = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R_3}}$$