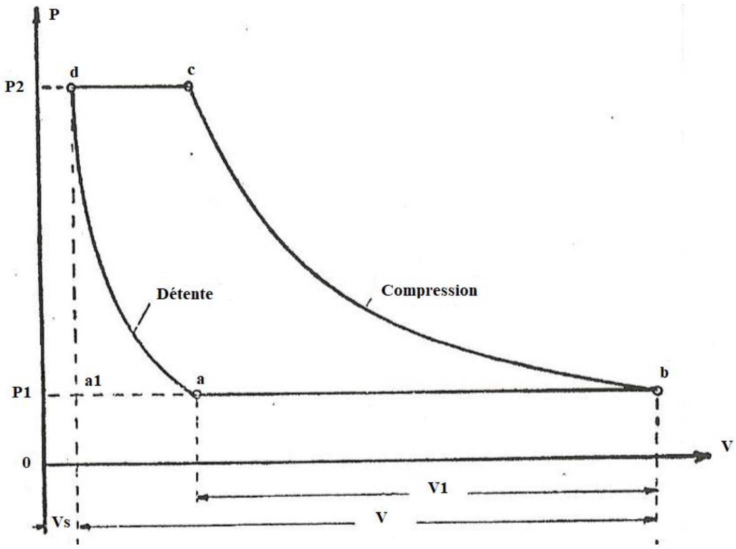
Exercice 5 :



Le volume V_B est donné par la relation :

$$V_B = V + V_s = (1 + \varepsilon)V$$

Avec : $V = 12\ l$ et $\varepsilon = 0.05$

Alors : $V_B = 12.6\ l$

Le volume V_D est donné par :

$$V_D = V_s = \varepsilon . V = 0.6\ l$$

Pour calculer V_A et V_C il faut déterminer le coefficient polytropique par la relation :

$$k = \frac{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}$$

Avec : $P.v = rT$ et $v = 1/\rho$

$$k = \frac{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{\ln\left(\frac{P_2}{rT_2}\right) - \ln\left(\frac{P_1}{rT_1}\right)}$$

$$k = \frac{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) - \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}$$

Soit $k = 1.35$

Le volume V_A et V_C sont alors calculer par :

$$P_A . {V_A}^k = P_D . {V_D}^k$$

Alors :

$$V_A = V_D \left(\frac{P_D}{P_A}\right)^{\frac{1}{k}} = 2.8\ l$$

Et :

$$V_C = V_B \left(\frac{P_B}{P_C}\right)^{\frac{1}{k}} = 2.7\ l$$

Le rendement volumétrique est donné par :

$$\eta_v = \frac{V_{aspiré}}{V_{balayé}} = \frac{V_B - V_A}{V} = \frac{9.8}{12} = 0.82 = 82\%$$

Les masses du gaz contenues dans le cylindre lors de la compression et de la détente sont données respectivement par :

$$m_{comp} = \rho_1 V_B \quad \text{et} \quad m_{dét} = \rho_1 V_A$$

ρ_1 est donnée par l'équation d'état des gaz parfaits :

$$\rho_1 = \frac{P_1}{rT_1} = \frac{101300}{287 \times 288} = 1.226\ kg/m^3$$

D'où :

$$m_{comp} = 1.54 \times 10^{-3}\ kg$$

$$m_{dét} = 3.4 \times 10^{-3}\ kg$$

Pour une transformation polytropique de coefficient k, le travail indiqué massique est donné par :

$$w_{ik} = \frac{k}{k-1} P_1 v_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)$$

$$w_{ik} = \frac{kr}{k-1}(T_2 - T_1) = 227000\ J/kg$$

Le travail indiqué est alors donné par :

$$W_{ik} = \left(m_{comp} - m_{dét}\right) w_{ik} = 2730\ J$$

On considère un modèle de cycle plus proche de la réalité. Les caractéristiques des quatre points *A, B, C* et *D* du cycle du compresseur sont alors données par :

Point B

$$V_B = 12.6\ l\ , \qquad P_B = 1.013 - 0.05 = 0.963\ bar\ , \qquad T_B = 40°C$$

Point C

$$P_C = 8.1\ bar\ , \quad T_C = T_B \left(\frac{P_C}{P_B}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 593\ K = 290\ °C$$

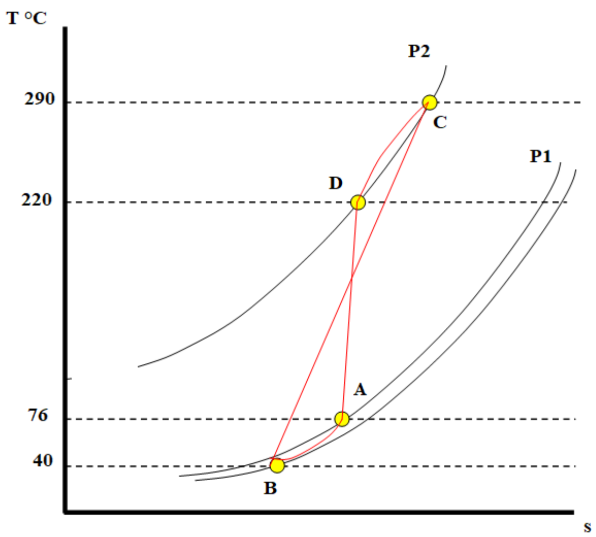
Point D

$$V_D = 0.6\ l\ , \qquad P_D = 8.1\ bar\ , \qquad T_D = 220°C$$

Point A

$$P_A = 1.013\ bar\ , \ V_A = V_D \left(\frac{P_D}{P_A}\right)^{\frac{1}{k_{dét}}} = 3.4\ l\ , \ T_A = T_D \left(\frac{P_D}{P_A}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 349\ K = 76°C$$

Ces points caractéristiques nous permettent de tracer le cycle des transformations sur un diagramme *T-s*



Représentation du cycle sur un diagramme T-s

Exercice 6 :

La puissance indiquée est donnée par :

$$Pi = Qm.w_{ik}$$

Le travail indiqué massique polytropique est donné par la relation :

$$w_{ik} = \frac{k}{k-1}P_1v_1\left(\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right) = \frac{k}{k-1}rT_1\left(\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right) = \frac{1.25}{0.25} \times 287 \times 293\left((6)^{\frac{0.25}{1.25}} - 1\right) = 181203\, J/kg$$

Pour obtenir le débit massique, on doit d'abord déterminer le rendement volumétrique.

$$\eta_v = \frac{V_{aspiré}}{V_{balayé}} = 1 - \varepsilon\left(\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{k}} - 1\right) = 0.68 = 68\%$$

Le volume aspiré

$$V_{aspiré} = \eta_v \times V_{balayé} = 6.8\, l$$

La vitesse de rotation

$$N = 500\frac{tr}{mn} = 8.33\, cycle/s$$

Le débit volumique

$$Qv = V_{aspiré} \times N = 0.0068 \times 8.33 = 0.057\, m^3/s$$

La masse volumique aux conditions d'aspiration vaut :

$$\rho_1 = \frac{P_1}{rT_1} = \frac{100000}{287 \times 293} = 1.189\, kg/m^3$$

Le débit massique vaut :

$$Qm = \rho_1 \times Qv = 1.189 \times 0.057 = 0.068\, kg/s$$

Alors

$$Pi = 0.068 \times 181203 = 12.203\, kW$$

$$Pa = \frac{Pi}{\eta_m} = 13.7\ kW$$

Exercice 7 :

Le taux de compression idéal est donné en fonction du rapport volumétrique et du coefficient polytropique

$$R_{comp} = \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = 4^{1.29} = 5.98$$

La température de fin de compression est déterminée comme suit :

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_2}{T_1} = 1.495$$

Alors :

$$T_2 = 438\ K = 165\ °C$$

La vis étant constituée de six dentures, donc six espaces inter-dentures ou chambre de compression et le compresseur presentant deux orifices d'aspiration, le volume aspiré par tour est donné par : $4\ litres \times 2 \times 6 = 48\ litres$.

Le débit volumique est alors donné par :

$$Qv = 48 \times 1000 \frac{tr}{mn} = 48000 \frac{l}{mn} = 800 \frac{l}{s} = 2880\ m^3/h$$

La puissance indiquée absorbée par le compresseur

$$Pi = Qm.w_i$$

$$Pi = Qv\rho_1 \frac{P_1 v_1}{k-1}\left[Rv^{(k-1)} + \frac{R_{comp}}{R_{vol}}(k-1) - k\right]$$

Avec :

$$R_{comp} = \frac{P_2}{P_1} \text{ et } R_{vol} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$Pi = Qv \frac{P_1}{k-1}\left[Rv^{(k-1)} + \frac{R_{comp}}{R_{vol}}(k-1) - k\right]$$

$$Pi = 0.8 \times \frac{100000}{0.29}\left[4^{0.29} + \frac{5}{1} \times 0.29 - 1.29\right]$$

$$Pi = 156510\ Watt$$

La puissance du moteur d'entrainement est alors :

$$Pm = \frac{Pi}{\eta_m} = \frac{156510}{0.9} = 173900\ Watt$$

Le rendement théorique du compresseur est donné par :

$$\eta_{th} = \frac{W_i^*}{W_i} = \frac{k\left[R_{comp}^{\frac{(k-1)}{k}} - 1\right]}{R_{vol}^{(k-1)} + \frac{R_{comp}}{R_{vol}}(k-1) - k}$$

$$\eta_{th} = 0.99 = 99\%$$

Exercice 8 :

Le rapport volumétrique est donné par :

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k = \frac{P_2}{P_1}$$

Alors : $\frac{V_1}{V_2} = 3.97$

La vitesse de rotation du compresseur doit permettre d'assurer le débit imposé. En considérant les 3% de fuites estimés, le débit à considérer pour le calcul de la vitesse de rotation est donné par :

$$Qv = 1000 + 30 = 1030\,\frac{m^3}{h} = 0.286\,\frac{m^3}{s}$$

Le débit est donné dans les conditions d'aspiration, alors :

$$Qv = V_1 \times M \times N$$

Où M est le nombre de filets et N est la vitesse de rotation (*tr/s*)

Donc :

$$N = \frac{Qv}{M \times V_1} = 50\ tr/s$$

La puissance du moteur est donnée par :

$$Pm = \frac{Pi}{\eta_m} = \frac{Qm.w_i}{\eta_m}$$

Le débit massique est donné par :

$$Qm = \rho_1 \times Qv = 1.189 \times 0.286 = 0.34\ kg/s$$

La travail indiqué par unité de masse est donné par :

$$w_i = \frac{P_1}{\rho_1(k-1)}\left[{R_{vol}}^{(k-1)} + \frac{R_{comp}}{R_{vol}}(k-1) - k\right] = 186.6\ kJ/kg$$

D'où :

$$Pm = 70.5\ kW$$