

الحل القوي للسلسلة رقم 03

المصفوفة الأولى = الشكل التالي يمثل مصفوفة عمود

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij}) \begin{matrix} 1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n \end{matrix}$$

• نقول أن المصفوفة ذات  $m$  سطر و  $n$  عمود

• درجة المصفوفة هي  $m \times n$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

•  $A$  مصفوفة من الدرجة  $2 \times 3$  ،  $a_{22} = 5$  ،  $a_{13} = 1$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

•  $B$  مصفوفة من الدرجة  $3 \times 3$

$b_{12} = 4$  ،  $b_{22} = 5$  ،  $b_{31} = 2$

$$C = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{pmatrix}$$

•  $C$  مصفوفة من الدرجة  $3 \times 2$

$c_{12} = 4$  ،  $c_{22} = 1$  ،  $c_{32} = 1$

## التعريف الثاني -

• تساوي المصفوفات

$A = (a_{ij})$ ,  $B = (b_{ij})$  حيث  $A$  و  $B$  مصفوفتان حيث

$$A = B \Leftrightarrow \begin{cases} A, B \text{ من نفس الدرجة} \\ a_{ij} = b_{ij} \quad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \end{cases}$$

- المصفوفة الصفريّة هي المصفوفة التي جميع عناصرها أصفار
- المصفوفة المربعة هي المصفوفة التي يكون عدداً أسطرها مساو لعدد أعمدها أي:  $m = n$

أيجاد  $x, y, z, w$  حيث

$$\begin{pmatrix} x+y & 2z+w \\ x-y & z-w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 3 & (1) \\ 2z+w = 5 & (2) \\ x-y = 1 & (3) \\ z-w = 4 & (4) \end{cases}$$

$$2x = 4 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

(1) + (3) يعطي  
نحوض بقيمة  $x$  نجد =

$$\boxed{y = 1}$$

نضرب (4)  $\times (-2)$

$$-2z + 2w = -8 \quad (5)$$

$$3w = -3 \Rightarrow \boxed{w = -1}$$

(2) + (5) تعطي

$$\boxed{z = 3}$$

نحوض بقيمة  $w$  نجد

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 3 \\ w = -1 \end{cases}$$

إذن :



اجاد  $x, y, z, w$  حيث

$$\begin{pmatrix} x+y & z+3 \\ y-4 & z+w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O_2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ z+3=0 \\ y-4=0 \\ z+w=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y \\ z=-3 \\ y=4 \\ w=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ z=-3 \\ y=4 \\ w=3 \end{cases}$$

التمرين الثالث =

يمكن الجمع ممكننا اذا كانت المصفوفتان من نفس الدرجة  
في نفس عدد الصفوف ونفس عدد الأعمدة

والنتيجة المجمع الممكن هو  $A+B$

$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+3 & -2+0 & 3+2 \\ 4-7 & 5+1 & -6+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 5 \\ -3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

لضرب مقدار سلمي في مصفوفة يكفي ضربها في كل عدد من المصفوفة

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 3D = \begin{pmatrix} 3 \times 1 & 3 \times 7 \\ 3 \times 2 & 3 \times (-3) \\ 3 \times 0 & (-1) \times 3 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 6 & -9 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow -5A = \begin{pmatrix} -5 & 10 & -15 \\ -20 & -25 & 30 \end{pmatrix}$$

$$2A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 8 & 10 & -12 \end{pmatrix}, \quad -3B = \begin{pmatrix} -9 & 0 & -6 \\ 21 & -3 & -24 \end{pmatrix}$$

$$2A - 3B = \begin{pmatrix} 2-9 & -4+0 & 6-6 \\ 8+21 & 10-3 & -12-24 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -7 & -4 & 0 \\ 29 & 7 & -36 \end{pmatrix}$$

منه و  
 = حيث  $x, y, z, w > 0$

$$3 \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3x & 3y \\ 3z & 3w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+4 & x+y+6 \\ z+w-1 & 2w+3 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x+4 \\ 3y = x+y+6 \\ 3z = z+w-1 \\ 3w = 2w+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ 2y = x+6 \\ 2z = w-1 \\ w = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 1 \\ w = 3 \end{cases}$$

القرين 204

← يكون الجداء ممكنًا إذا تحققت الشرط التالي =

عدد أعمدة المصفوفة الأولى يجب أن يساوي عدد

أسطر المصفوفة الثانية.

$A \times B$  ممكن ما إذا كانت  $A$  من الدرجة  $m \times n$

و  $B$  من الدرجة  $n \times p$

و المصفوفة الناتجة من الدرجة  $m \times p$

## حساب الجداء $A \times B$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

A من الدرجة  $3 \times 2$  ، B من الدرجة  $2 \times 3$  ،  
وهذه الشروط متحقق

$$A \times B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \times 1 + (-1) \times 3 & 2 \times (-2) + (-1) \times 4 & 2 \times (-5) + (-1) \times 0 \\ 1 \times 1 + 0 \times 3 & 1 \times (-2) + 0 \times 4 & 1 \times (-5) + 0 \times 0 \\ (-3) \times 1 + 4 \times 3 & (-3) \times (-2) + 4 \times 4 & (-3) \times (-5) + 4 \times 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -8 & -10 \\ 1 & -2 & -5 \\ 9 & 22 & 15 \end{pmatrix}$$

وهي مصفوفة من الدرجة  $3 \times 3$

$$\begin{array}{ccc} A & \times & B & = & C \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 3 \times 2 & & 2 \times 3 & & 3 \times 3 \end{array}$$



$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & 6 \end{pmatrix} \quad (2)$$

A من الدرجة  $2 \times 2$  و B من الدرجة  $2 \times 3$  وهذه الشروط محققة

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \times 2 + 3 \times 3 & 1 \times 0 + 3 \times (-2) & 1 \times (-4) + 3 \times 6 \\ 2 \times 2 + (-1) \times 3 & 2 \times 0 + (-1) \times (-2) & 2 \times (-4) + (-1) \times 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 11 & -6 & 14 \\ 1 & 2 & -14 \end{pmatrix}$$

المسألة 05: حساب متقول مصفوفة

A مصفوفة متقول مصفوفة  
 متقول مصفوفة هو تحويل أبعادها إلى أسطر  
 ونرمز لها بـ  $A^t$

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t = (1, 2, 3)$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow B^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow C^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow D^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \text{المعريف 06}$$

$$(x, y) \mapsto f(x, y) = (2x - 5y, 3x + y)$$

$$\mathbb{R}^2 \text{ على أساس } B = \{u_1 = (2, 1), u_2 = (3, 2)\}$$

$$f(u_1) = f(2, 1) = (2 \times 2 - 5 \times 1, 3 \times 2 + 1) = (-1, 7) \quad \text{حساب } f(u_1)$$

$$f(u_1) = (-1, 7) = \alpha u_1 + \beta u_2 \quad \text{كتابة } f(u_1) \text{ على أساس } B$$

$$= \alpha(2, 1) + \beta(3, 2)$$

$$= (2\alpha + 3\beta, \alpha + 2\beta)$$

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\beta = -1 & \text{(1)} \\ \alpha + 2\beta = 7 & \text{(2)} \end{cases}$$

$$-2\alpha - 4\beta = -14 \quad \text{(3)} \quad \text{بضرب (2) x (-2) نحصل}$$

$$-\beta = -13 \Rightarrow \boxed{\beta = 13} \quad \text{(3) + (1) تطرح}$$

$$\boxed{\alpha = -23}$$

نحوي نقيدهم  $\beta$  في (2) فنجد

$$f(u_1) = -23u_1 + 13u_2 \quad \text{و هذا}$$

$$f(u_2) = f(3, 2) = (6 - 10, 9 + 2) = (-4, 11) \quad \text{حساب } f(u_2)$$

$$f(u_2) = (-4, 11) = \alpha u_1 + \beta u_2 \quad \text{كتابة } f(u_2) \text{ على أساس } B$$

$$= \alpha(2, 1) + \beta(3, 2)$$

$$= (2\alpha + 3\beta, \alpha + 2\beta)$$

7



$$\begin{cases} 2\alpha + 3\beta = -4 & \text{--- (1)} \\ \alpha + 2\beta = 11 & \text{--- (2)} \end{cases}$$

بضرب (2) x (-2) نحصل

$$-2\alpha - 4\beta = -22 \quad \text{--- (3)}$$

نأخذ (1) + (3)

$$-\beta = -26 \Rightarrow \boxed{\beta = 26}$$

نقوم بتعويض  $\beta$  في

$$\alpha = 11 - 52 = -41$$

و

$$f(u_2) = -41u_1 + 26u_2$$

3- المصفوفة المرسقة لـ  $f$  في  $B$ .

$$M_{f(B)} = \begin{pmatrix} f(u_1) & f(u_2) \\ -23 & -41 \\ 13 & 26 \end{pmatrix} \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix}$$

4- حساب صورة  $v = (3, 4)$  بواسطة  $f$  في  $B$  باستخدام  $M_{f(B)}$ .

$$f(x, y) = M_{f(B)} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \text{لدينا}$$

$$f(3, 4) = \begin{pmatrix} -23 & -41 \\ 13 & 26 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -233 \\ 144 \end{pmatrix}$$



# القمرين 08 = حساب المحددات

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \times 3 - 1 \times 0 = 6$$

حساب المحدد

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

طريقة 1 =

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2[(2 \times 0) - (1 \times 4)] - 6[(3 \times 0) - (4 \times 4)] + 1[(3 \times 1) - (4 \times 2)]$$

$$= 83$$

طريقة 2 = طريقة ساروسين (تستخدم فقط في المصفوفات 3x3)

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

بضرب عودين الأول والثاني  
بضرب العناصر المتوالية  
على نفس اتجاه السهم في بعضها

المسار واليها بسهم أزرق  
والمسار واليها بسهم أحمر وتقوم بالفرق

$$= [(2 \times 2 \times 0) + (6 \times 4 \times 4) + (1 \times 3 \times 1)] - [(4 \times 2 \times 1) + (1 \times 4 \times 2) + (0 \times 3 \times 6)]$$

$$= 83$$

التمرين 07 =  $f$  تطبيق خطي معرف بالمصفوفة

$$A = \begin{pmatrix} f(e_1) & f(e_2) \\ 3 & -1 \\ 2 & 4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{matrix}$$

من الواضح من خلال  $A$  أن  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$   
 $(x, y) \mapsto f(x, y)$

لأن عدد أعمدة المصفوفة يساوي بعد مجموعة السرد  
عدد الأسطر يساوي بعد مجموعة الوصول

1- إيجاد عبارة  $f(x, y)$ :  
باستخدام الأساس القانوني للفضائين  $\mathbb{R}^2$  و  $\mathbb{R}^3$   
 $\{e_1 = (1, 0), e_2 = (0, 1)\}$  و  $\{e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)\}$

$$\begin{cases} f(e_1) = f(1, 0) = 3(1, 0, 0) + 2(0, 1, 0) + 5(0, 0, 1) = (3, 2, 5) \\ f(e_2) = f(0, 1) = -1(1, 0, 0) + 4(0, 1, 0) - 6(0, 0, 1) = (-1, 4, -6) \end{cases}$$

لدينا:  $(x, y) = x e_1 + y e_2$

$$= x(1, 0) + y(0, 1)$$

$$f(x, y) = f(x(1, 0) + y(0, 1))$$

وبما أن  $f$  تطبيق خطي

$$f(x, y) = x f(1, 0) + y f(0, 1)$$

$$= x(3, 2, 5) + y(-1, 4, -6)$$

$$\boxed{f(x, y) = (3x - y, 2x + 4y, 5x - 6y)}$$

إذًا:



2- حساب صورة  $V = (2, 3)$  بواسطة  $f$ :

$$f(V) = f(2, 3) = (3 \times 2 - 3, 2 \times 2 + 4 \times 3, 5 \times 2 - 6 \times 3)$$

$$f(2, 3) = (3, 18, -8)$$

أو باستخدام المصفوفة  $M_f = A$

$$f(x, y) = M_f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$f(2, 3) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 18 \\ -8 \end{pmatrix}$$

المعريف 09: مقلوب مصفوفة

لحساب مقلوب مصفوفة نستخدم القانون =

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times [\text{adj}(A)]^t, \quad |A| \neq 0$$

لكن المصفوفة

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

حساب  $|A|$ :

من المعرفين 08

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 83 \neq 0$$

إيجاد  $\text{adj}(A)$ :

$$\text{adj}(A) = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33} \end{pmatrix}$$

حيث:

$$a'_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{ij}|$$

$$\bullet a'_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -4$$

$$\bullet a'_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = 16$$

$$\bullet a'_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

$$\bullet a'_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

$$\bullet a'_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -4$$

$$\bullet a'_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 22$$

$$\bullet a'_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 22$$

$$\bullet a'_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -5$$

$$\bullet a'_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -14$$

$$\text{adj}(A) = \begin{pmatrix} -4 & 16 & -5 \\ 1 & -4 & 22 \\ 22 & -5 & -14 \end{pmatrix} = \text{adj } A$$



$$[\text{adj}(A)]^t = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 22 \\ 16 & -4 & -5 \\ -5 & 22 & -14 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{83} \begin{pmatrix} -4 & 1 & 22 \\ 16 & -4 & -5 \\ -5 & 22 & -14 \end{pmatrix} \quad \text{إذًا}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -4/83 & 1/83 & 22/83 \\ 16/83 & -4/83 & -5/83 \\ -5/83 & 22/83 & -14/83 \end{pmatrix}$$

بعض الطرقه حذ

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ -2/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

قسم الجذع المشترك

الرياضيات 2

السنة الأولى

المسئلة رقم 03

**التمرين 01:1** أوجد نوع المصفوفات التالية:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) من المصفوفات السابقة أوجد العناصر:  $a_{22}, a_{31}, b_{12}, b_{22}, b_{31}, c_{12}, c_{22}, c_{23}$ .

**التمرين 2:1** أوجد  $x, y, z, w$  إذا كان:  $\begin{pmatrix} x+y & 2z+w \\ x-y & z-w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

(1) أوجد  $x, y, z, t$  حتى يكون:  $\begin{pmatrix} x+y & z+3 \\ y-4 & z+w \end{pmatrix} = 0_2$

**التمرين 3:** ليكن المصفوفات التالية:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(1) أحسب المجاميع التالية إن أمكن:  $A+B, C+D$ .

(2) أحسب مايلي:  $3D, -5A, 2A-3B$ .

(3) أوجد  $x, y, z, w$  حيث:

$$3 \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{pmatrix}$$

**التمرين 4:** أوجد الجداء  $AB$  في الحالات التالية:

$$1) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad 2) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

**التمرين 5:** أوجد منقول المصفوفات التالية:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

**التمرين 6:** ليكن  $f$  تطبيق خطي معرف من  $\mathbb{R}^2$  نحو  $\mathbb{R}^2$  كم يلي  $f(x, y) = (2x-5y, 3x+y)$  نسبة إلى

الأساس  $B = \{u_1 = (2, 1), u_2 = (3, 2)\}$  في  $\mathbb{R}^2$ .

أحسب  $f(u_1)$  ثم أكتب النتيجة في

1.

الأساس  $B$ .

أحسب  $f(u_2)$  ثم أكتب النتيجة في

2.

الأساس  $B$ .



3. أوجد المصفوفة المرفقة ل  $f$  في الأساس  $B$ .

4. أحسب صورة الشعاع  $v=(3,4)$  بواسطة  $f$  في الأساس  $B$  باستعمال المصفوفة المرفقة ل  $f$ .

التمرين 7: ليكن  $f$  تطبيق خطي من  $\mathbb{R}^2$  نحو  $\mathbb{R}^3$  معرف بالمصفوفة

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$$

(1) أحسب صورة الشعاع  $v=(2,3)$  بواسطة  $f$ .

(2) أوجد عبارة  $f(x,y,z)$ .

التمرين 8: أحسب المحددات التالية :

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

التمرين 9: أحسب مقلوب المصفوفات التالية :

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$