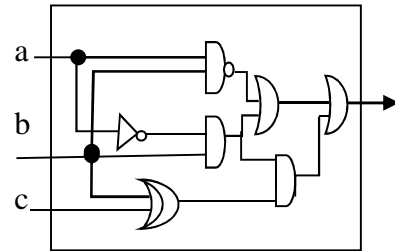


Série de TD N° 0
Rappel et généralités sur L'algèbre de Boole et fonctions logiques

Exercice 1 : Considérons les fonctions logiques suivantes; pour chacune d'elles donnez l'expression simplifiée à l'aide du tableau de Karnaugh:

- $F1(A,B,D,C) = AB + \bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D}$
- $F2(A,B,D,C) = \bar{B}DA + \bar{D}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}D + \bar{B}CD + A\bar{B}C$
- $F3(x,y,z,t) = \bar{x}\bar{y}t + zt + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}t + x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{t}$
- $F4(A,B,C,D) = D(\bar{A} + C) + \bar{B}(\bar{C} + AC) + \bar{B}C + \bar{C}D$
- La fonction logique $F5(a,b,c)$ est définie par son logigramme ci- prés



Exercice 2 :

Soient les fonctions définies par leurs tables de vérité ci-dessous

A	B	C	$F_1(A,B,C)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

A	B	C	D	$F_2(A,B,C,D)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

1. Construire la table de Karnaugh et déterminer l'expression simplifiée de F_1 et F_2
2. Dessiner le circuit de de F_1 et F_2
3. Dédire le complément de de F_1 et F_2 à partir de la table de Karnaugh

Exercice 3 :

En allant passer son permis de conduire, Ahmed a lu sur la porte de l'auto-école «Il est interdit de Conduire et d'utiliser le téléphone portable ». On associe l'autorisation de Conduire « Conduire » à la variable C, et l'autorisation d'utiliser le téléphone portable « Téléphone » à la variable logique T.

- 1 – Comment écrire « Il est interdit de Conduire et d'utiliser le téléphone portable » en fonction de C et de T ?
- 2 – Comment écrire « Il est interdit de Conduire et d'utiliser le téléphone portable » en fonction de \bar{C} et de \bar{T} ?
- 3 – Dédire de ce problème une propriété de l'algèbre de Boole exprimant $\overline{C.T}$ en fonction de \bar{C} et de \bar{T} .

Simplification graphique (tableaux de Karnaugh)

Cette méthode repose sur l'utilisation des tableaux de Karnaugh. Elle consiste à mettre en évidence des associations du type : $ab + a\bar{b} = a$

Principes généraux

- Le tableau de Karnaugh est une représentation sous une forme particulière de la table de vérité d'une fonction logique
- Détermination des blocs rectangulaires de cases à 1 adjacentes de taille 2^n cases ($n= 1, 2,3\dots$) et les mettre dans des cercles
- Chaque bloc rectangulaire (cercle) correspond à un produit logique des variables qui ne change pas d'état dans le bloc
- déduire la fonction simplifiée associée à la table de vérité sous forme de somme de produits

Règles générales de tableau de Karnaugh

Etape1 : dessiner le tableau de karnaugh

- On représente un tableau à 2 dimensions ; chaque dimension concerne une ou 2 variables ou plus
- Le passage d'une colonne à une colonne adjacente ou d'une ligne à une ligne adjacente modifie la valeur d'une seule variable
- Le tableau se referme sur lui-même : la colonne la plus à gauche est voisine à la colonne la plus à droite, idem pour les lignes du haut et du bas
- Pour les 2 colonnes (2 lignes) extrêmes, là aussi, une seule variable doit changer de valeur entre ces 2 colonnes (lignes)
- Une case du tableau contient une valeur booléenne de la fonction logique, déterminée à partir de la table de vérité et des valeurs des variables

Etape2 : mettre les cases à 1 adjacents dans des blocs :

- Si toutes les cases =1 donc la fonction logique $F=1$
- Si toutes les cases =0 donc la fonction logique $F=0$
- Sinon
- Commencer par $n=$ nombre de variables de la fonction logique
- Regrouper en blocs rectangulaires des 2^n cases à 1 adjacentes et les encerclés
- On commence à chercher les cases à 1 n'appartenant pas aux autres blocs
- Si on ne trouve pas ; Une case à 1 peut appartenir à plusieurs blocs.
- On décrémente le n : ($n \leftarrow n-1$) et on recommence la procédure
- L'arrêt est quant toutes les cases à 1 du tableau soient englobées dans au moins un bloc

Etape 3 : obtenir les termes de la fonction logique à simplifier

A chaque bloc correspond un terme formé comme suit

- Pour un bloc, si une variable change de valeur entre 0 et 1, elle n'est pas prise en compte dans le terme de la fonction ; On ne conserve que la variable qui ne change pas d'état dans le bloc.
- Si une variable a possède la valeur 1 dans le bloc : elle est notée a dans le terme, sinon elle est notée \bar{a}
- chaque terme logique du bloc correspond au (ET) produit logique des variables qui ne changent pas d'états
- La fonction logique simplifiée est le OU (somme) de tous les termes des blocs trouvés
- ($f(x)=$ somme des produits)