الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير

مطبوعة مقياس


محاضرات ومسائل في مقياس الرياضيات المالية

محاضرات مدعمة بأمثلة وتمارين


موجهة لطلبة السنة الثانية علوم التسيير

الدكتور: فالته اليمين

ORCID iD FALTA Liamine

الموسم الجامعي 2019-2020

فهرس المحتويات

أولا: العمليات المالية والتجارية قصيرة الأجل

ثانيا: العمليات المالية والتجارية طويلة الأجل

مقدمة

الحمد لله الذي جعل الحمد ثمنا لنعمائه، ومعاذ من بلائه، وسبيلا إلى جناته

هذه مطبوعة ديداكتيكية معنونة بـ "محاضرات ومسائل في الرياضيات المالية" في نسختها الأولى جاءت لكي تعرض جوانب عديدة لأهم وأشهر التقنيات الرياضية والأدوات المالية الضرورية بالنسبة لطلبة كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، تشترك فيها أغلب التخصصات المتاحة على مستوى أقسام الكلية، ولقد تم عرض محتويات هذه المطبوعة بأسلوب مبسط يمكن استيعابه بسهولة والاستفادة منه بشكل أفضل، وحيث توجد إمكانية المفاضلة والخيار ثمة يكمن اتخاذ القرار في المفاضلة بين عمليات القروض والإيداع وما تحققه هذه العمليات المالية من فوائد سواء تلك التي تتم في المدى القصير أو في المدرى الطويل،فضلا عن العمليات ذات الصلة بتسوية وتسديد الديون أو بالتحصيل النقدي وخصم الأوراق التجارية. وفي سبيل ذلك تم تزويد موضوعات هذه المطبوعة بعدد معتبر من الأمثلة التطبيقية والمسائل النموذجية المحلولة وكذا العديد من التمارين التي راعينا فيها التدرج والتنوع بعيداً عن التكرار والملل للفكرة الواحدة، وإنما التطرق لعديد من الأفكار المتنوعة والمستوحاة أساساً من واقع المعاملات والتعاملات التجارية.

والله نسأل أن نكون قد أضفنا عملاً نافعاً يحقق الغرض منه.

والله من وراء القصد

د. اليمين فالته

قال الله تعالى

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿الَّذِينَ يَأْكُلُونَ الرِّبَا لَا يَقُومُونَ إِلَّا كَمَا يَقُومُ الَّذِي يَتَخَبَّطُهُ الشَّيْطَانُ مِنَ الْمَسِّ ذَلِكَ بِأَنَّهُمْ قَالُوا إِنَّمَا الْبَيْعُ مِثْلُ الرِّبَا وَأَحَلَّ اللَّهُ الْبَيْعَ وَحَرَّمَ الرِّبَا فَمَنْ جَاءَهُ مَوْعِظَةٌ مِنْ رَبِّهِ فَانْتَهَى فَلَهُ مَا سَلَفَ وَأَمْرُهُ إِلَى اللَّهِ وَمَنْ عَادَ فَأُولَئِكَ أَصْحَابُ النَّارِ هُمْ فِيهَا خَالِدُونَ﴾.

سورة البقرة ، الآية 275

صدق الله العظيم

قال رسولَ اللهِ صَلَّى اللهُ عليه وسلَّمَ:

(مَنْ أَنْظَرَ مُعْسِرًا فَلَهُ بِكُلِّ يومٍ صَدَقَةٌ قَبْلَ أَنْ يَحِلَّ الدَّيْنُ، فَإِذَا حَلَّ الدَّيْنُ فَأَنظَرَهُ فَلَهُ بِكُلِّ يومٍ مِثْلَيْهِ صَدَقَةٌ)

رواه أحمد في "المسند" رقم (23046)، 38/153

أولاً

العمليات المالية قصيرة الأجل

الفصل الأول

1

الفائدة البسيطة

1 - 1 - الفائدة وعناصرها الأساسية

1 - 2 - القانون الأساسي للفائدة البسيطة

1 - 3 - الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية والعلاقة بينهما

تمارين

الفائدة البسيطة

1-1- الفائدة وعناصرها الأساسية

الفائدة لدى الشخص المُقْتَرِضْ (الشخص المدين) هو مبلغ من المال يقدمه لصاحب رأس المال مقابل استعماله لهذه الأموال خلال مدة زمنية معينة، وتحت شروط محددة مسبقا بين الطرفين. أما بالنسبة للشخص المُقْرِضْ (الشخص الدائن) فهي أجرة المبلغ المالي الذي يتركه تحت تصرف شخص آخر (المقترض) لفترة زمنية معينة.

ومن الناحية الاقتصادية فالفائدة هي عائد اقتصادي من بين أهم عوائد عوامل الإنتاج وهو رأس المال؛ بحيث يقابل تضحية الشخص المُقرَض وتخليه عن السيولة وعدم تمتعه برغبة الاحتفاظ برأسماله سائلا أو حتى إمكانية استثماره في مشروع مربح. وبدلك فهو من الناحية الاقتصادية يعتبر ثمن الاقتراض.

ومن المنظور الإسلامي فإن الفائدة هي الاسم الآخر للربا، حيث أن هذا الأخير هو كل زيادة مشروطة على رأس المال مقابل الأجل، والربا محرم شرعاً لقوله تعالى: ﴿الذين يأكلون الربا لا يقومون إلا كما يقوم الذي يتخبطه الشيطان من المس، ذلك بأنهم قالوا إنما البيع مثل الربا وأحل الله البيع وحرم الربا فمن جاءه موعظة من ربه فانتهى فله ما سلف وأمره إلى الله ومن عاد فأولئك أصحاب النار هم فيها خالدون﴾. البقرة الآية 275

من كل ما سبق، يمكن تعريف الفائدة بأنها " المبلغ المالي الذي يدفع مقابل استخدام رأس المال، كما هو عبارة عن التعويض (Compensation) أو الأجر مقابل استخدام رأس المال لمدة زمنية معينة، عادة ما يُعبر عنه بنسبة مئوية تسمى سعر الفائدة أو معدل الفائدة" وتقسم الفائدة إلى قسمين فائدة بسيطة تكون عادة على العمليات قصيرة الأجل والفائدة المركبة ترتبط في الغالب بالعمليات طويلة الأجل.

وبالتالي، فإن مبلغ الفائدة يتحدد و يرتبط طردياً باشتراك ثلاثة عناصر أساسية وهي:

1. **المبلــغ المــالي:** يعبر عن قيمة رأس المال المالي تمييزاً له عن الأنواع الأخرى من رؤوس الأموال، وهو تلك السيولة النقدية التي قد يتم توظيفها في مشروع استثماري يمكن أن يحقق عائداً اقتصادياً هو الربح. أو قد يقرر صاحب رأس المال أن يُقرضه لدى الغير أو يُودِعه بأحد البنوك التجارية مفضلا ما يحققه من عوائد مستحقة.

لذلك، فقد يكون هذا المبلغ في شكل:

- رأسمال مستغل في أحد المشاريع؛
- وديعة مستثمرة في أحد البنوك؛
- دين لدى الغير يستحق سداده.

2. **معدل الفائدة:** دائما ما يكون معدل الفائدة في شكل نسبة مئوية. ليعبر في مضمونه عن قيمة الفائدة الناتجة عن كل 100 وحدة نقدية، خلال فترة زمنية محددة عادة ما تكون سنة واحدة. لذلك، فأن معدل الفائدة في الغالب يكون سنوياً. إلا إذا نص الاتفاق خلاف ذلك. فإذا كان البنك على سبيل المثال يحسب الفوائد على أساس معدل 6%سنويا، فهذا يعني أن البنك يضيف فوائد قدرها 6 دينار سنويا عن كل 100 دينار مودعة لديه.

تكون الفائدة بسيطة إذا كانت الفوائد لا تضاف إلى رأس المال الأصلي لتعطي بدورها فوائد أخرى مع جملة هذه الأموال في فترات زمنية مستقبلية. أي أن الفائدة البسيطة تحسب على أصل المبلغ فقط. لذلك، فهي ترتبط بالعمليات المالية قصيرة الأجل خلال دورة الاستغلال، كتسديد مستحقات الموردين أو تحصيل نقدي من عند الزبائن عن طريق شيك أو ورقة تجارية قابلة للخصم...الخ.

3. **المـدة الزمنيــة:** تعبر المدة الزمنية عن الفترة الزمنية المحصورة بين تاريخ الاقتراض وتاريخ السداد إذا تعلق الأمر بسداد أحد الديون، أو بين تاريخ الإيداع وتاريخ السحب إذا تعلق المبلغ بوديعة بنكية أو برأسمال مستغل في أحد المشاريع.

وفي الحالتين عادة ما تكون الفترة الزمنية عند احتساب الفوائد هي السنة الكاملة، كما قد تكون عبارة عن أشهر أو أيام، إذا كانت السنة فيها 365 يوم فهي سنة بسيطة، أما إذا كانت فيها 366 فهي سنة كبيسة، وهذا الفرق في الأيام يرجع إلى عدد أيام شهر فيفري من كل سنة فإذا كانت السنة بسيطة فإن شهر فيفري فيها يتكون من 28 يوماً، أما إذا كانت السنة كبيسة فإن عدد أيام شهر فيفري هو 29 يوماً. تعرف السنة الكبيسة على أنها السنة التي تقبل القسمة على أربعة. فإذا تمت القسمة بدون باقٍ فإن السنة تكون كبيسة ويكون فيها شهر فيفري 29 يوماً وبالتالي فإن عدد أيامها هي 366 يوماً، أما إذا كان هناك باق للقسمة فإن السنة هي بسيطة ويكون فيها شهر فيفري 28 يوماً وعدد الأيام فيها هو 365 يوماً.

مثلاً: سنة 2014 سنة بسيطة لأن:

2018 ÷ 4 = 504 والباقي هو 1 يوم

سنة 2004 سنة كبيسة لأن:

2020 ÷ 4 =505 والباقي هو صفر

أما في حالة السنة القرنية، وهي تلك التي تنتهي بصفرين فإنه لتحديد ما إذا كانت السنة بسيطة أو كبيسة يجب أن تكون تقبل القسمة على 400 بدون باقٍ.

مثلاً: سنة 2000 سنة كبيسة لأن:

2000 ÷ 400 = 5 بدون باقٍ

سنة 1900 سنة بسيطة لأن:

1900 ÷ 400 = 4 والباقي هو3

ملاحظة: لحساب مدة زمنية ما. إذا أعطيت تواريخ محددة لبداية المدة ولنهايتها، فانه يتم حساب عدد الأيام الحقيقية بين التاريخين كما هي في كل شهر، ويتم ذلك بإضافة واحتساب اليوم الأخير أو اليوم الأول للإيداع أو الاقتراض.

مثلاً: المدة الزمنية بين 24 فيفري 2019 حتى 15 مارس 2020 هي كالتالي:

فيفري (2019)*	04	سبتمبر (2019)	30
مارس (2019)	31	أكتوبر (2019)	31
أفريل (2019)	30	نوفمبر (2019)	30
ماي (2019)	31	ديسمبر (2019)	31
جوان (2019)	30	جانفي (2020)	31
جويلية (2019)	31	فيفري (2020)*	29
أوت (2019)	31	مارس (2020)	15
المدة الزمنية من 2019/02/24 إلى 2020/03/15			385

1-2- القانون الأساسي للفائدة البسيطة

لتحديد القانون الأساسي للفائدة البسيطة سوف نستخدم الرموز التالية:

- يرمز للمبلغ المالي أو رأس المال Capital بالرمز(C)
- وللفترة الزمنية بالرمز (n)
- ولمعدل الفائدة بالرمز (i)
- قيمة الفوائد بالرمز (I)

وعليه يمكن تحديد قانون حساب الفائدة البسيطة كما يلي:

الفترة الزمنية	المبلغ الأصلي	مقدار الفائدة للفترة	مجموع الفوائد المتراكمة
1	C	$I_1 = C.i$	$I_1 = C.i$
2	C	$I_2 = C.i$	$I_1 + I_2 = C.i + C.i = 2Ci$
3	C	$I_3 = C.i$	$I_1 + I_2 + I_3 = 2c.i + c.i = 3Ci$
.	.	.	.
.	.	.	.
n	C	$I_n = C.i$	$I_1 + I_2 + I_3 + \dots I_n = nci$

* سنة 2019 هي سنة بسيطة لأن 2019 ÷ 4 = 504 والباقي هو 3، لذلك سيكون فيها شهر فيفري 28 يوماً فقط.

* سنة 2020 هي سنة كبيسة لأن 2020 ÷ 4 = 505 والباقي هو 0، لذا يكون فيها شهر فيفري 29 يوماً.

عندما تكون المدة بالأيام أو بالشهور بينما يكون معدل الفائدة المعمول به معدلاً سنوياً، فإنه يجب تحويل عدد الأيام أو الشهور إلى سنوات (نسبة من السنة) وذلك بقسمة المدة بالأيام على عدد أيام السنة (360 يوم) أو المدة بالأشهر على عدد أشهر السنة (12 شهراً).

وفي بعض الحالات يحتسب معدل الفائدة على جزء من السنة، نصف سنوي أو ربع سنوي أو حتى شهري، ففي هكذا حالة يمكن الحصول على معدل الفائدة السنوي بضرب المعدل المذكور في عدد مرات إضافة الفوائد خلال السنة. فمثلا، إذا كان معدل الفائدة نصف سنوي هو 06%، بمعنى أن الفوائد تحتسب كل سداسي، فإن معدل الفائدة السنوي في هذه الحالة هو 06% (النصف سنوي) x 2(عدد مرات الإضافة في السنة) = 12% سنوياً.

وعليه، يكون القانون العام للفائدة البسيطة في مثل هذه الحالات على النحو التالي:

- إذا كانت المدة المحتسبة بالسنوات: $I = Cni$ حيث أن (n) عدد السنوات
- إذا كانت المدة المحتسبة بالأشهر: $I = C\frac{n}{12}i$ حيث أن (n) عدد الأشهر
- إذا كانت المدة المحتسبة بالأيام: $I = C\frac{n}{360}i$ حيث أن (n) عدد الأيام

مثال 01-01: أحسب قيمة الفائدة الناتجة عن مبلغ 10000 دينار أودع ببنك تجاري لمدة (3) ثلاث سنوات بمعدل فائدة بسيطة 10% سنوياً.

الحل:

- المبلغ المالي أو رأس المال (C=10000)
- الفترة الزمنية بالرمز (n = 3)
- معدل الفائدة البسيطة (i=%10)
- قيمة الفوائد $I= Cni=10000\times 3 \times \frac{10}{100} =3000$

مثال 01-02: أحسب قيمة الفائدة الناتجة عن اقتراض مبلغ 15000 دينار لمدة (5) شهور بمعدل فائدة بسيطة 6% لكل سداسي.

الحل:

- رأس المال المقترض (C=15000)
- الفترة الزمنية بالأشهر (n = 5)

- معدل الفائدة البسيطة   (i=12%) سنويا أو (i=6%) سداسيا
- قيمة الفوائد   (I=Cni)

وعليه تكون قيمة الفوائد، عندما:

- نأخذ المدة كنسبة من السنة $\frac{5}{12}$ ومعدل الفائدة سنوي $\frac{12}{100}$

$$I= Cni=15000\times\frac{5}{12}\times\frac{12}{100}\ =750$$

- نأخذ المدة كنسبة من السداسي $\frac{5}{6}$ ومعدل الفائدة سداسي $\frac{6}{100}$

$$I= Cni=15000\times\frac{5}{6}\times\frac{6}{100}\ =750$$

مثال 01-03: أحسب قيمة ما يترتب من فوائد على قرض قيمته 20000 دينار مدته 160 يوما بمعدل فائدة بسيطة 09% سنوياً.

الحل:

- رأس المال المستثمر (C=20000)
- الفترة الزمنية بالأيام (n=160)
- معدل الفائدة البسيطة (i=9%)
- قيمة الفوائد   (I=Cni)

$$I=Cni=\ 20000\times\frac{160}{360}\times\frac{09}{100}\ =800$$

1-3- الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة والعلاقة بينهما

- **الفائدة التجارية:** لما كانت العمليات التجارية في الحياة العملية تتسم بالبساطة والبعد عن التعقيدات الحسابية، فقد جرى العرف التجاري على اعتبار أن عدد أيام السنة هو 360 يوماً فقط بغض النظر عمّا إذا كانت السنة بسيطة أو كبيسة. حيث تؤخذ عدد أيام شهور السنة متساوية (30 يوم) بينما عند حساب مدة احتساب الفوائد فإنه تحسب الأيام الحقيقية. وفى هذه الحالة فإن الفائدة المحسوبة تسمى بالفائدة التجارية أو الفائدة العملية.

- **الفائدة الصحيحة:** وتسمى أيضا بالفائدة النظرية أو الفعلية وهي التي تأخذ الفترة الزمنية كاملة؛ أي 365 أو 366 يوم مع الأخذ في الحسبان عدد الأيام كما هي في كل شهر حيث تحتوي السنة الميلادية على سبعة شهور يتكون كل منها من 31 يوما وهي (جانفي، مارس ماي جويلية، أوت، أكتوبر، ديسمبر) وكذلك الأخذ في الاعتبار إن كانت السنة بسيطة أو كبيسة حيث يمكن أن يكون في شهر فيفري 28 أو 29 يوم.

ملاحظة: تجدر الإشارة إلى أن الأصل في الفائدة هي تجارية؛ أي نقسم على 360 يوماً. فإن لم ينص صراحة على استخدام الفائدة الصحيحة، فإننا سوف نستخدم الفائدة التجارية.

- العلاقة بين الفائدة التجارية والصحيحة:

ترتبط كل من الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة فيما بينهما، بعلاقات رياضية مختلفة، حيث يمكننا حساب إحداهما بمعلومية الأخرى، ومن أشهر هذه العلاقات علاقة النسبة بين الفائدتين.

فإذا رمزنا بالرمز (I_c) للفائدة التجارية فإن:

$$I_c = C\frac{n}{360}i$$

وبالرمز (I_r) للفائدة الصحيحة فإن:

$$I_r = C\frac{n}{365}i$$

وهذا القانون يبقى صالحا مهما كانت السنة بسيطة أو كبيسة، (أي دائما نأخذ المقام 365)

لحساب قيمة الفائدة التجارية بالنسبة للفائدة الصحيحة فإننا نقوم بقسمة I_c على I_r كما يلي:

$$\frac{I_c}{I_r} = \frac{C\frac{n}{360}i}{C\frac{n}{365}i} = \frac{Cni}{360} x \frac{365}{Cni} \Rightarrow \frac{I_c}{I_r} = \frac{365}{360} = \frac{73}{72}$$

بما أن:

$$\frac{I_c}{I_r} = \frac{73}{72} \Rightarrow I_c = \frac{73}{72} I_r \text{ أو } \frac{I_c}{I_r} = \frac{73}{72} \Rightarrow I_r = \frac{72}{73} I_C$$

$$I_c = \frac{(72+1)}{72} I_r \Rightarrow I_c = I_r + \frac{1}{72} I_r \Rightarrow I_c - I_r = \frac{1}{72} I_r$$

ومما لا شك فيه أن الفائدة التجارية لمبلغ ما وبمعدل ما تكون دائما أكبر من الفائدة الصحيحة لنفس المبلغ ونفس المعدل، حيث يكون المقام في حالة الفائدة التجارية أصغر من المقام في حالة الفائدة الصحيحة؛ مما يعني أن قيمة الفائدة التجارية تفوق قيمة الفائدة الصحيحة بمقدار $\frac{1}{72}$ جزء من الفائدة الصحيحة.

مثال 01-04: إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والصحيحة لمبلغ وضع في بنك لمدة 288 يوما هو 540 دينار وكان معدل الفائدة خلال هذه الفترة 10% سنويا، ما هي قيمة المبلغ الذي أودع بالبنك؟.

الحل:

- المبلغ المودع (C=?)
- الفترة الزمنية بالأيام (n = 288)
- معدل الفائدة البسيطة (i=10%)

من خلال قانون العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة يمكن حساب الفائدة الصحيحة كما يلي:

$$I_c - I_r = \frac{1}{72} I_r = 520 \Rightarrow I_r = (520).(72) \Rightarrow I_r = 37440$$

وبالتالي فإن الفائدة الصحيحة تساوي 37440 دينار

وتكون قيمة الفائدة التجارية: $I_c = \frac{73}{72}(37440) = 37960$

ومن قانون حساب الفائدة الصحيحة يمكن استنتاج قيمة المبلغ المودع كما يلي:

$$I_r = C\frac{n}{365} i \Rightarrow 37440 = C\left(\frac{288}{365}\right)0.1$$

$$\Rightarrow C = \frac{(37440).(365)}{(288).(0.1)} = 474500$$

وبالتالي، فإن قيمة المبلغ الذي أودع بالبنك هو 474500 دينار

وعليه يمكن التأكد من أن:

- قيمة الفائدة التجارية:

$$I_c = 474500\frac{288}{360}0.1 = 37960$$

- أما قيمة الفائدة الصحيحة:

$$I_r = 474500\,\frac{288}{365}\,0.1 = 37440$$

تمارين

التمرين (01-01):

اقتراض أحد الأشخاص ثلاثة مبالغ وقد تعهد بأن يسددها كلها مرة واحدة بعد أربع سنوات

- المبلغ الأول قيمته 10000 دينار احتُسبت عليه فوائد بسيطة بمعدل فائدة 10% سنويا
- المبلغ الثاني قيمته 15000 دينار احتُسبت عليه فوائد بسيطة بمعدل 6% سنويا
- المبلغ الثالث قيمته 12000 دينار احتُسبت عليه فوائد بسيطة بمعدل فائدة 8% سنويا.

ثم قام هذا الشخص باستثمار هذه المبالغ الثلاثة مجتمعة في مشروع استثماري لنفس المدة بمعدل فائدة بسيطة 8%.

المطلوب:

- أحسب قيمة ما له وما عليه من فوائد؟

- هل تكفي مجموع فوائد المشروع الاستثماري لتغطية فوائد الاقتراض؟

الحل:

	السنة1	السنة2	السنة3	السنة4
المبلغ الأول	10000	10000	10000	10000
مقدار الفائدة للفترة	1000	1000	1000	1000
مجموع الفوائد المتراكمة	1000	2000	3000	**4000**
المبلغ الثاني	15000	15000	15000	15000
مقدار الفائدة للفترة	900	900	900	900
مجموع الفوائد المتراكمة	900	1800	2700	**3600**
المبلغ الثالث	12000	12000	12000	12000
مقدار الفائدة للفترة	960	960	960	960
مجموع الفوائد المتراكمة	960	1920	2880	**3840**
مجموع الفوائد المترتبة عليه للمبالغ الثلاثة	**2860**	**5720**	**8580**	**11440**

- مجموع الفوائد المترتبة عليه طيلة مدة الاقتراض هي: 11440 دينار

الفوائد المترتبة عليه من المبلغ الأول: $I_1 = C_1 n i_1 = 10000.4.\frac{10}{100} = 4000$

الفوائد المترتبة عليه من المبلغ الثاني: $I_2 = C_2 n i_2 = 15000.4.\frac{6}{100} = 3600$

الفوائد المترتبة عليه من المبلغ الثالث: $I_3 = C_3 n i_3 = 12000.4.\frac{8}{100} = 3840$

مجموع الفوائد المترتبة عليه للمبالغ الثلاثة هي: 11440=3840+3600+4000 دينار

- أما الفوائد التي يتحصل عليها من استثمار هذه المبالغ معاً طيلة مدة الاستثمار:

مجموع المبالغ = 37000=12000+15000+10000 دينار

وتكون قيمة الفوائد التي يتحصل عليها:

$$I = Cni = 37000.4.\frac{8}{100} = 11840$$

وبالتالي، فإنه في نهاية السنة الرابعة يتحصل على فوائد الاستثمار وقيمتها (11840 دينار) وهي تكفي لتغطية ما عليه دفعه من فوائد الاقتراض (11440 دينار) بل ويحقق فائض قدره 400 دينار.

التمرين (01-02):

احسب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ قدره 30000 دينار أودع لدى بنك لمدة 60 يوماً، بمعدل فائدة بسيطة 15% سنوياً.

الحل:

- المبلغ المالي (C=30000)
- الفترة الزمنية بالرمز (n = 60)
- معدل الفائدة البسيطة (i=15%)

الفائدة التجارية:

$$I_c = C\frac{n}{360}i \Rightarrow I_c = 30000\frac{60}{360}0.15 = 750$$

الفائدة التجارية:

$$I_r = C\frac{n}{365}i \Rightarrow I_r = 30000\frac{60}{365}0.15 = 739.73$$

التمرين 01-03:

أودع شخص في احد البنوك التجارية المبالغ الآتية:

- 12000 دينار لمدة 45 يوماً
- 15000 دينار لمدة 04 شهور
- 16000 دينار لمدة 03 سنوات

أوجد مجموع ما تحصل عليه من فوائد إذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هي 15% سنويا

التمرين 01-04:

إذا كانت الفائدة الصحيحة لمبلغ معين أودع لمدة معينة هي 360 دينار فما هي قيمة الفائدة التجارية لنفس المبلغ ولنفس المدة؟

التمرين 01-05:

إذا كانت الفائدة البسيطة المدفوعة مقابل قرض قيمته 60000 دينار لمدة 8 شهور هي 4000 دينار، فما هو معدل الفائدة البسيطة في هذه الحالة؟

التمرين 01-06:

إذا كانت الفائدة البسيطة على قرض قيمته 15000 دينار بمعدل 12% سنوياً هي 1200 دينار. ما هي المدة الزمنية للقرض.

التمرين 01-07:

في 15 أكتوبر 2017، اقترض شخص مبلغ 25000 دينار على أن يسدد كل ما عليه في 20 مارس 2018. احسب الفائدة (التجارية والصحيحة) المترتبة على هذا الشخص إذا كان معدل الفائدة المعتمد في البنك هو 15% سنوياً.

التمرين 01-08:

بتاريخ 15 فيفري 2019 اقترض شخص مبلغ من المال بمعدل فائدة بسيطة 10% سنوياً، وقد اتفق مع الدائن على أن يسدد مبلغ 50000 دينار يوم 15 أوت 2019، وإذا تأخر عن السداد بهذا التاريخ فإنه يترتب عليه فوائد تأخير بمعدل فائدة بسيطة 15% سنوياً. ما أصل الدين؟ وما قيمة فوائد التأخير المترتبة عن هذا الدين إذا تم تسديده بتاريخ 15 أفريل 2020.

أولاً : على أساس الفائدة التجارية. ثانياً : على أساس الفائدة الصحيحة.

التمرين 01-09:

إذا كنت قد أودعت مبلغاً قدره 48000 دينار في حسابك البنكي لمدة 120 يوماً بمعدل فائدة بسيطة 16% سنوياً. أحسب قيمة الفائدة التجارية على هذا المبلغ. ثم باستخدام قيمة الفائدة التجارية استنتج قيمة الفائدة الصحيحة.

التمرين 01-10:

إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ما هو 450 دينار. أوجد كلا من الفائدتين. وإذا علمت أن مدة الإيداع 90 يوماً، ومعدل الفائدة السنوي هو 14% أوجد المبلغ المستثمر باستخدام الفائدة التجارية مرة وباستخدام الفائدة الصحيحة مرة أخرى.

التمرين 01-11:

بتاريخ 16 فيفري 2016 أودع تاجر مبلغ 20000 دينار في حسابه البنكي بمعدل فائدة بسيطة 8% سنوياً. وفي نهاية المدة أبلغه البنك بأن قيمة الفائدة الصحيحة المستحقة له قد بلغت 3200 دينار.

المطلوب: أوجد

1. قيمة الفائدة التجارية.
2. مدة الإيداع.
3. تاريخ سحب المبلغ.

الفصل الثاني

2

قانون احتساب الجملة

قانون الجملة

جملة أي مبلغ تم إيداعه في أحد البنوك أو يُقْرَضُ للغير هي عبارة عن قيمة ما يؤول إليه هذا المبلغ بعد فترة زمنية معينة، وذلك بعد إضافة جميع ما يستحق من فوائد؛ أي أن جملة المبلغ عبارة عن أصل المبلغ مضاف إليه الفوائد المستحقة.

فقد تكون الجملة لمبلغ نقدي واحد أو لعدة مبالغ نقدية مختلفة في القيمة تودع أو تقترض على فترات زمنية غير منتظمة أو لعدة مبالغ نقدية تكون متساوية في المقدار وتودع على فترات زمنية منتظمة؛ وهي التي يطلق عليها الدفعات النقدية.

2-1- جملة مبلغ نقدي واحد

لو افترضنا أن شخصا ما اقترض مبلغ من المال وقدره (C) بمعدل فائدة بسيطة (i) سنوياً، فإن جملة ما عليه تسديده بعد فترة زمنية (n) هي القيمة (S) والتي تحسب كما يلي:

جملة المبلغ = أصل المبلغ + الفوائد المستحقة

$$S = C + I = C + Cni \Rightarrow S = C(1 + ni)$$

مثال 02-01: في يوم 15 جانفي 2018 أودع شخص مبلغ 150000 دينار في احد حساباته البنكية، فإذا كان البنك يحتسب له فائدة بسيطة بمعدل 06% سنويا.

المطلوب: أحسب جملة ما يستحقه لو تم سحب كل مستحقاته يوم 14 جويليه 2018؟

الحل

أولا: يجب حساب مدة الإيداع بالأيام الحقيقية كما هي من تاريخ الإيداع 2018/01/15 إلى غاية تاريخ السحب 14 /2018/07 مع الأخذ بعين الاعتبار بأن سنة 2018 سنة بسيطة.

مدة الإيداع = 16يوم (الباقي من شهر جانفي) + 28(فيفري) + 31(مارس) + 30(افريل) + 31(ماي) + 30(جوان) + 14 (جويليه) = 180 يوم.

ثانيا: حساب جملة المبلغ المودع (وهي إجمالي المستحقات)

$$S = C(1 + ni) \Rightarrow S = 150000\ (1 + \frac{180}{360} 0.06) = 154500$$

أو أن جملة المبلغ = أصل المبلغ + الفوائد

$$I = Cni \Rightarrow I = (150000)\left(\frac{180}{360}\right)(0.06) \Rightarrow I = 4500$$

$$S = C + I \Rightarrow S = 150000 + 4500 = 154500$$

2-2- جملة عدة مبالغ مختلفة

قد يودع أحد الأشخاص عدة مبالغ مختلفة في القيمة وعلى فترات زمنية غير منتظمة وليس مبلغاً واحداً، كما قد يقترض أيضا عدة مبالغ غير متساوية وعلى فترات زمنية غير منتظمة على أن يتعهد بسدادها كلها مرة واحدة بتاريخ محدد. لذلك، فإن الجملة المستحقة في مثل هذه الحالات هي عبارة عن أصل هذه المبالغ مضافاً إليها مقدار ما يُستحق من فوائد عن كل مبلغ، وعليه فإن:

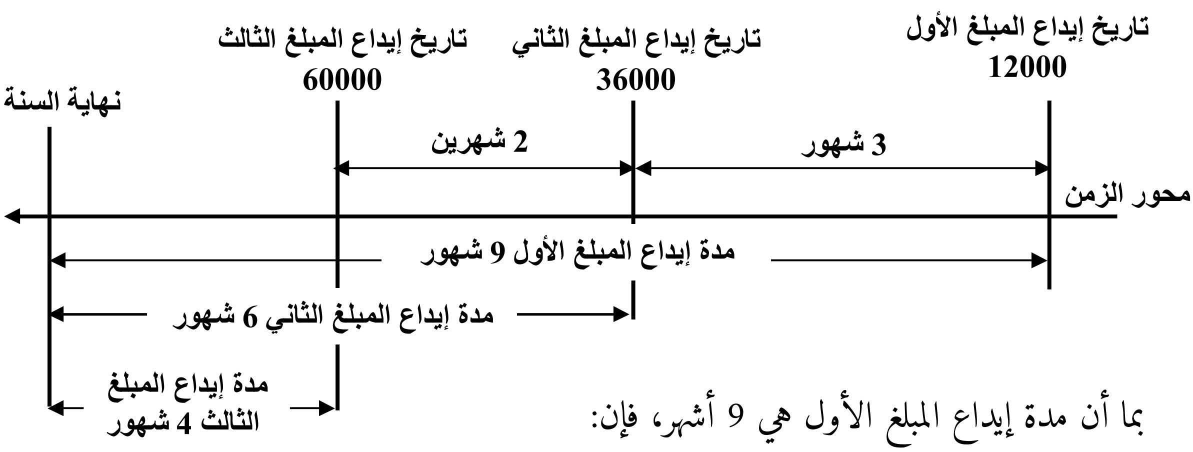
جملة عدة مبالغ =مجموع أصل المبالغ + مجموع الفوائد المستحقة

$$S = \sum C + \sum I$$

مثال 02-02: بتاريخ ما أودع تاجر مبلغ 12000 دينار في حسابه البنكي وبعد ثلاثة شهور من إيداع المبلغ الأول أودع مبلغ 36000 دينار، ثم وبعد شهرين من هذا الإيداع أودع مبلغ 60000 دينار، وفي نهاية السنة تبين أن فترة إيداع المبلغ الأول هي تسعة شهور، فإذا كان البنك يعطي فوائد بسيطة بمعدل 10% سنوياً، فما رصيد هذا التاجر في نهاية السنة؟

الحل:

التمثيل البياني



بما أن مدة إيداع المبلغ الأول هي 9 أشهر، فإن:

مدة إيداع المبلغ الثاني = 9-3 = 6 أشهر، ثم مدة إيداع المبلغ الثالث = 6 -2 = 4 أشهر

الفائدة المستحقة على المبلغ الأول: $I_1 = C_1 n_1 i \Rightarrow I_1 = (12000)\left(\frac{9}{12}\right)(0.1) \Rightarrow I_1 = 900$

الفائدة المستحقة على المبلغ الثاني: $I_2 = C_2 n_2 i \Rightarrow I_2 = (36000)\left(\frac{6}{12}\right)(0.1) \Rightarrow I_2 = 1800$

الفائدة المستحقة على المبلغ الثالث: $I_3 = C_3 n_3 i \Rightarrow I_3 = (60000)\left(\frac{4}{12}\right)(0.1) \Rightarrow I_3 = 2000$

مجموع أصل المبالغ = 60000+36000+12000 = 108000 دينار

مجموع الفوائد المستحقة = 900 + 1800 + 2000 = 4700 دينار

رصيد التاجر في نهاية العام = (مجموع أصل المبالغ) + (مجموع الفوائد المستحقة)

رصيد التاجر في نهاية العام =(108000) + (4700) = 112700 دينار

أو يمكن حساب رصيد هذا التاجر من خلال جملة المبالغ الثلاثة، كما يلي

- جملة المبلغ الأول: $S_1 = C_1(1 + n_1 i) \Rightarrow S_1 = 12000\ (1 + \frac{9}{12} 0.1) = 12900$

- جملة المبلغ الثاني: $S_2 = C_2(1 + n_2 i) \Rightarrow S_2 = 36000\ (1 + \frac{6}{12} 0.1) = 37800$

- جملة المبلغ الثالث: $S_3 = C_3(1 + n_3 i) \Rightarrow S_3 = 60000\ (1 + \frac{4}{12} 0.1) = 62000$

رصيد التاجر في نهاية العام = (62000+37800+12900) = 112700 دينار

2-3- جملة الدفعات

تميز الدفعات عن الحالة السابقة في كون المبالغ المودعة أو المقترضة تأخذ صفة الانتظام والتتابع والدورية في تدفقها والتساوي في مقدارها، وهذه أهم الشروط لكي نعتبرها دفعات وعلى حسب الاتفاق في الإيداع أو في السداد، فإن الفترات الزمنية المنتظمة قد تكون شهرياً أو كل شهرين أو كل ثلاثة أشهر...الخ. كما قد تكون في بداية كل وحدة زمنية أو في آخرها، ففي أغلب التعاملات المالية تكون دفعات الإيداع في أول الوحدة الزمنية؛ أي في بداية المدة، وفي هذه الحالة تسمى بالدفعات الفورية. أما تلك الدفعات الخاصة بسداد القروض فهي عادة ما تُستحق الدفع في آخر كل وحدة زمنية؛ أي في نهاية المدة، وفي مثل هذه الحالات يطلق عليها الدفعات العادية. وعلى هذا الأساس، سواء الإيداع أو الاقتراض تتوقف الفوائد المستحقة، حيث تكون الفوائد المستحقة في الدفعات الفورية أكبر من فوائد المستحقة في الدفعات العادية.

ملاحظة: تؤخذ عادة الدفعة على أنها عادية ما لم ينص الاتفاق خلاف ذلك.

ومنه فإن جملة الدفعات هي عبارة عن مجموع هذه الدفعات مضافاً إليها مجموع الفوائد المستحقة عليها، مع العلم أن:

مجموع الدفعات = (قيمة الدفعة الواحدة)x(عدد الدفعات)، أي أن: $\sum C = N(C)$

مجموع الفوائد=(قيمة الدفعة)x(معدل الفائدة)x$\left(\frac{\text{عدد الدفعات}}{2}\right)$x(مدة أول دفعة + مدة آخر دفعة)

$$\sum I = (C)(i)\left(\frac{N}{2}\right)(n_1 + n_2)$$

مثال 02-03: اتفق أحد الأشخاص على أن يودع لدى أحد البنوك التجارية ولمدة سنة كاملة مبلغ 120000 دينار على أن يحتسب له البنك فوائد بسيطة بمعدل 10% سنوياً.

المطلوب: إيجاد جملة ما يستحقه في نهاية العام، إذا كان يودع هذه الدفعات.

- في بداية كل شهر - في نهاية كل شهر

الحل:

❶- أولاً: إذا كان يودع هذه الدفعات في بداية كل شهر، أي أن الدفعات فورية

- مدة إيداع الدفعة الأولى = 12 شهر (تحسب السنة كاملة لأن أول دفعة تودع في البداية)

- مدة إيداع الدفعة الأخيرة = 1 شهر (لأن هذه الدفعة تودع في بداية الشهر الأخير)

مجموع الدفعات = (قيمة الدفعة الواحدة)x(عدد الدفعات)

①- مجموع الدفعات = (120000)x(12) = 1440000 دينار

②- مجموع الفوائد: $\sum I = (C)(i)\left(\frac{N}{2}\right)(n_1 + n_2)$

$$\sum I = (120000)(0.1)\left(\frac{12}{2}\right)\left(\frac{12+1}{12}\right) = 78000$$

جملة الدفعات = مجموع الدفعات + مجموع الفوائد

③- جملة الدفعات الفورية = 1440000 + 78000 =1518000 دينار

❷- ثانياً: إذا كان يودع هذه الدفعات في نهاية كل شهر، أي أن الدفعات عادية

- مدة إيداع الدفعة الأولى = 11 شهر (الشهر الأول لا يُحسب لأنها تودع في نهايته)

- مدة إيداع الدفعة الأخيرة = 0 شهر (لأن هذه الدفعة تودع في نهاية الشهر الأخير)

①- مجموع الدفعات = (120000)x(12) = 1440000 دينار

②- مجموع الفوائد: $\sum I = (120000)(0.1)\left(\frac{12}{2}\right)\left(\frac{11+0}{12}\right) = 66000$

③- جملة الدفعات العادية = 1440000 + 66000 =1506000 دينار

وبذلك تكون فوائد الدفعات الفورية (78000) أكبر من فوائد الدفعات العادية (66000)

تمارين

التمرين (02-01):

اقترض تاجر مبلغ 200000 دينار من بنك الفلاحة والتنمية الريفية في 26 سبتمبر 2017 وقد تعهد بأن يسدد كل ما عليه من ديون يوم 25 مارس 2018 على أن تحسب الفوائد بنسبة 12% سنوياً.

المطلوب: حساب المبلغ الذي يجب أن يدفعه للبنك.

الحل:

حساب مدة الاقتراض = 4 + 31 + 30 + 31 + 31 + 28 + 25 = 180 يوم

المبلغ الذي يجب أن يدفعه للبنك يوم السداد (جملة المستحقات) هو:

$$S = C(1+ni) \Rightarrow S = 200000\,(1+\frac{180}{360}0.12) = 212000$$

أو أن الجملة = أصل المبلغ + الفوائد

- الفوائد المترتبة عليه طيلة مدة الاقتراض

$$\mathrm{I} = Cni \Rightarrow I = \left(200000\left(\frac{180}{360}\right)(0.12)\right) \Rightarrow I = 12000$$

- جملة المستحقات:

$$S = C + \mathrm{I} \Rightarrow S = 200000 + 12000 = 212000$$

تمرين (02-02):

اقترض شخص من احد البنوك التجارية المبالغ التالية:

- 15000 دينار في 03 مارس على أساس معدل فائدة بسيطة 8% سنوياً
- 36000 دينار في 20 مارس على أساس معدل فائدة بسيطة 10% سنوياً
- 45000 دينار في 15 ماي على أساس معدل فائدة بسيطة 12% سنوياً
- 60000 دينار في 20 جوان على أساس معدل فائدة بسيطة 15% سنوياً

ولقد تعهد باسترجاع هذه المبالغ كاملة والفوائد المترتبة عليه في نهاية السنة.

المطلوب: حساب ما يجب أن يدفعه للبنك سداداً لهذه الديون.

الحل:

مدة الاقتراض المبلغ الأول= 28+30+31+30+31+31+30+31+30+31=303 يوم

مدة الاقتراض المبلغ الثاني= 11+30+31+30+31+31+30+31+30+31=286 يوم

مدة الاقتراض المبلغ الثالث= 16+30+31+31+30+31+30+31=230 يوم

مدة الاقتراض المبلغ الرابع= 10+31+31+30+31+30+31=194 يوم

الفائدة المستحقة على المبلغ الأول:

$$\mathrm{I}_1 = C_1 n_1 i_1 \Rightarrow I_1 = (15000)\left(\frac{303}{360}\right)(0.08)) \Rightarrow I_1 = 1010$$

الفائدة المستحقة على المبلغ الثاني:

$$\mathrm{I}_2 = C_2 n_2 i_2 \Rightarrow I_2 = (36000)\left(\frac{286}{360}\right)(0.1)) \Rightarrow I_2 = 2860$$

الفائدة المستحقة على المبلغ الثالث:

$$\mathrm{I}_3 = C_3 n_3 i_3 \Rightarrow I_3 = (45000)\left(\frac{230}{360}\right)(0.12)) \Rightarrow I_3 = 3450$$

الفائدة المستحقة على المبلغ الرابع:

$$\mathrm{I}_4 = C_4 n_4 i_4 \Rightarrow I_4 = (60000)\left(\frac{194}{360}\right)(0.15)) \Rightarrow I_4 = 4850$$

مجموع الفوائد المترتبة عليه = 1010 + 2860 + 3450 + 4850 = 12170 دينار

مجموع أصل المبالغ = 15000+36000+45000+60000 = 156000 دينار

ما يجب أن يدفعه سداداً لهذه الديون= (مجموع أصل المبالغ) + (مجموع الفوائد المستحقة)

ما يجب أن يدفعه سداداً لهذه الديون = (156000) + (12170) = 168170 دينار

وبطريقة أخرى يمكن حساب مجموع جملة هذه المبالغ معا

- جملة المبلغ الأول: $S_1 = C_1(1+n_1 i_1) \Rightarrow S_1 = 15000\,(1+\frac{303}{360}0.08) = 16010$
- جملة المبلغ الثاني: $S_2 = C_2(1+n_2 i_2) \Rightarrow S_2 = 36000\,(1+\frac{286}{360}0.1) = 38860$
- جملة المبلغ الثالث: $S_3 = C_3(1+n_3 i_3) \Rightarrow S_3 = 45000\,(1+\frac{230}{360}0.12) = 48450$
- جملة المبلغ الرابع: $S_4 = C_4(1+n_4 i_4) \Rightarrow S_4 = 60000\,(1+\frac{194}{360}0.15) = 64850$

وبالتالي فإن ما يجب أن يدفعه سداداً لهذه الديون هو مجموع جملة هذه المبالغ الأربعة

(16010) + (38860) + (48450) + (64850) = 168170 دينار

تمرين(02-03):

اتفق تاجر على أن يودع في نهاية كل شهر بأحد البنوك التجارية مبلغ من المال، وبعد عام ونصف العام بلغ ما يستحقه لدى البنك 475500 دينار، فإذا كان البنك يمنح له فوائد بسيطة كل سنة بمعدل 8% فما قيمة ما كان يدفعه هذا الشخص في كل شهر؟

الحل:

- المبالغ شهرية ومنتظمة
- مبلغها ثابت ويساوي (C) دينار (مطلوب تحديده؟)
- عدد الدفعات خلال عام ونصف العام هي 18 دفعة شهرية (دفعات عادية)
- مدة إيداع الدفعة الأولى = 17 شهر (عام ونصف ماعدا الشهر الأول)
- مدة إيداع الدفعة الأخيرة = 0 شهر (لأنها في نهاية الشهر الأخير)

①- مجموع الدفعات = 18C = (18)x(C)

②- مجموع الفوائد= $\sum I=(C)(0.08)\left(\frac{18}{2}\right)\left(\frac{17+0}{12}\right)=1.02C$

$$S=NC+\sum I=18C+1.02C=475500 \Rightarrow C=\frac{475500}{19.02}\Rightarrow C=25000$$

∴ يدفع هذا الشخص نهاية كل شهر مبلغ 25000 دينار، وبالتالي فقد كانت:

①- مجموع الدفعات = 18C = (18)x(25000) = 450000 دينار

②- مجموع الفوائد = 1.02C = (1.02)x(25000) = 25500 دينار

③- جملة الدفعات = 450000 + 25500 =475500 دينار

تمرين 02-04:

أودع شخص في أحد البنوك مبلغ 30000 دينار بمعدل فائدة بسيطة 10% سنويا ولمدة أربع سنوات، ومبلغ 15000 دينار بمعدل فائدة 6% سنويا ولمدة 9 شهور، ومبلغ 20000 دينار بمعدل فائدة 5% ولمدة 216 يوم.

المطلوب:

1. أحسب مبلغ الفائدة الذي يتحصل عليه في كل حالة.
2. أحسب مجموع الفوائد المستحقة لهذا الشخص.

تمرين 02-05:

اقترض شخص المبالغ التالية

- 15000 دينار على أن يسددها بعد تسعة شهور
- 18000 دينار لمدة سنة ونصف
- 22000 دينار لمدة نصف سنة
- 36000 دينار لمدة عشر شهور

فإذا كان معدل الفائدة 4% سنويا فما قيمة الفوائد المترتبة عليه؟ وما جملة ما عليه من ديون؟

تمرين 02-06:

في بداية سنة 2013 أودعت مؤسسة آفاق مبلغ 750 ألف دينار في حسابها لدى بنك الفلاحة والتنمية الريفية (BADR) بمعدل فائدة 8% سنويا، وقد بلغت مجموع الفوائد التي تحصلت عليها في نهاية الفترة 300 ألف دينار، ثم أودعت هذه المؤسسة جملة مستحقاتها بنفس المدة الزمنية في الصندوق الوطني للتوفير والاحتياط (CNEP) فحققت بذلك فائدة قدرها 525 ألف دينار.

المطلوب:

1. حدد المدة الزمنية التي احتسبت على أساسها الفوائد في بنك الفلاحة والتنمية الريفية؟
2. حدد معدل الفائدة المعتمد في الصندوق الوطني للتوفير والاحتياط؟
3. حدد تاريخ استحقاق هذه المبالغ؟

تمرين 02-07:

بدلا من أن يحتفظ أحد الأشخاص بمدخراته النقدية فكر في إمكانية إيداعها في بنوك مختلفة وعلى فترات زمنية متباينة وبالعوائد التالية:

- البنك الأول: أودع فيه مبلغ 50000 دينار لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة بسيطة 8%
- البنك الثاني: أودع فيه مبلغ 40000 دينار لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة بسيطة 8%
- البنك الثالث: أودع فيه مبلغ 60000 دينار لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة بسيطة 7%
- البنك الرابع: أودع فيه مبلغ 50000 دينار لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة بسيطة 10%

المطلوب:

1. أحسب قيمة الفوائد المستحقة لهذا الشخص في كل بنك.
2. أحسب جملة المبلغ المستحق لهذا الشخص في كل بنك.

تمرين 02-08:

يودع أحد الأشخاص في بداية سنة 2017 مبلغ 6000 دينار بداية كل شهر ولمدة سنة كاملة، وفي بداية سنة 2018 شرع في إيداع مبلغ 8000 دينار نهاية كل شهر لمدة سنة أيضا.

المطلوب: حساب رصيد هذا الشخص في نهاية العام 2018 إذا علمت أن البنك يمنح فائدة بسيطة بمعدل 10% سنويا.

تمرين 02-09:

يودع شخص مبلغ 5000 دينار في بداية ومنتصف كل شهر لمدة 3 سنوات. أحسب جملة المستحق له في نهاية المدة إذا علمت أن معدل الفائدة ارتفع من 12% خلال السنة الأولى إلى 14% خلال السنة الثانية ثم انخفض إلى 13% خلال السنة الثالثة.

تمرين 02-10:

قام تاجر في بداية السنة بإيداع في حسابه البنكي مبلغ 20000 دينار في بداية كل شهر ولمدة 5 شهور متتالية ولظروف طارئة لم يتمكن من إيداع الدفعة السادسة والسابعة، لكنه قرر أن يودع بعد ذلك وفي نهاية كل شهر مبلغ 30000 دينار.

المطلوب: حساب رصيد هذا التاجر في نهاية السنة علما أن البنك يمنحه فائدة بسيطة بمعدل 12% سنويا.

تمرين 02-11:

اقترض تاجر مبلغ 50000 دينار لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة بسيطة 6.5% سنويا ولتسديد ما عليه من ديون قرر أن يودع في نهاية كل شهرين مبلغ 2500 دينار لمدة 3 سنوات ونصف بمعدل فائدة بسيطة بمعدل 8% سنويا.

المطلوب:

1. ماهو رصيد هذا التاجر في نهاية المدة؟
2. هل يكفي هذا الرصيد لتسديد ما عليه من ديون؟

الفصل الثالث

3

القيمة الحالية وخصم الأوراق التجارية

القيمة الحالية وخصم الأوراق التجارية

إذا كانت الجملة هي مقدار المبلغ الأصلي المودع أو المقترض مضافاً إليه قيمة ما يُستحق من فوائد خلال فترة زمنية لاحقة بدءً من تاريخ الإيداع أو الاقتراض. فإن القيمة الحالية تُعبر عن المبلغ النقدي لهذه الجملة قبل تاريخ الاستحقاق، أي الرجوع بالجملة إلى تاريخ سابق فإذا أخذنا بعين الاعتبار عامل الزمن، فإن **الجملة** هي مقدار نقدي واجب الدفع عند تاريخ استحقاق لاحق وتسمى **القيمة الاسمية**، أما القيمة الحالية *"Valeur Actuelle"* فهي قيمة المبلغ النقدي الواجب دفعه فوراً أو حالاً سداداً لدين يُستحق في تاريخ لاحق.

عملياً، تعتبر القيمة الحالية مهمة للغاية وتستخدم على نطاق واسع في مجال المال والأعمال باعتبارها وسيلة لمقارنة التدفقات النقدية الواقعة على فترات زمنية مختلفة، ففي أغلب التعاملات المالية يتطلب الأمر معرفة القيمة الحالية لدين يُراد تحصيله قبل تاريخ استحقاقه حيث يحتسب في مثل هذه الحالة المبلغ المستحق بطرح أو خصم قيمة الفائدة خلال المدة الفاصلة بين تاريخ السداد وتاريخ استحقاق الدين، ويسمى **الفرق** بين القيمة الاسمية للدين وقيمته الحالية **بالخصم البسيط أو الحطيطة**. *"Escompte"*

فإذا كانت الفائدة تضاف إلى أصل المبلغ (الدين أو الوديعة) لكي نحصل على جملة المستحقات أو القيمة الاسمية، فإن الحطيطة هي مقدار الخصم من القيمة الاسمية للحصول على القيمة الحالية والتي سيرمز لها في هذه الحالة فقط بالرمز **(*C*)**، ويطلق عليها الحطيطة الحقيقية أو الحطيطة الصحيحة. لأنه في هذه الحالة يتم طرح أو خصم قيمة الفائدة فقط وبنفس معدل الفائدة البسيط للمدة الفاصلة بين تاريخ السداد الحالي وتاريخ استحقاق الدين المستقبلي، وتسمى القيمة الحالية في هذه الحالة بالقيمة الحالية البسيطة نسبة للخصم البسيط. وقد تكون القيمة الحالية لمبلغ واحد أو لعدة مبالغ مختلفة أو حتى متساوية ومنتظمة وقد تكون غير ذلك.

3-1- القيمة الحالية لمبلغ واحد

لو افترضنا أن شخصاً ما اقترض مبلغ من المال بمعدل فائدة بسيطة وبعد فترة زمنية أراد تسديد كل ما عليه قبل تاريخ استحقاقه، فإنه سيدفع القيمة الحالية للدين الواجب سداده في تاريخ لاحق؛ أي يدفع مبلغ أقل مما هو مستحق عليه لاحقاً والفرق يمثل الحطيطة الحقيقية (E_r).

القيمة الحالية(C) = القيمة الاسمية (الجملة) (S) - الخطيطة الحقيقية (E_r)

$$C=S- E_r \Rightarrow E_r = S - C$$

$$S = C(1+ni) \Rightarrow C = \frac{S}{1+ni}$$

حيث أنه في هذه الحالة:

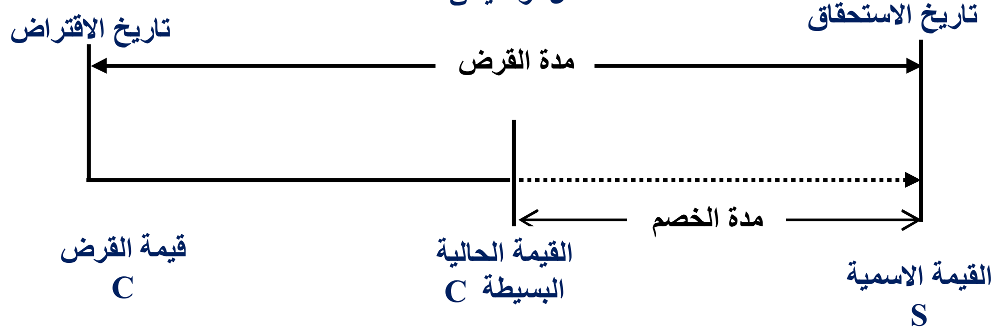
(i) هو معدل الخصم البسيط (وهو معدل الفائدة البسيط)

(n) هي مدة الخصم (وهي المدة الفاصلة بين تاريخ السداد وتاريخ استحقاق الدين)

(C) هي القيمة الحالية البسيطة (وهي قيمة الدين عند تاريخ السداد)

(S) هي القيمة الاسمية (وهي جملة المبلغ عند تاريخ الاستحقاق)

شكل توضيحي



مثال01-03: شخص مدين بمبلغ 161250 دينار يستحق السداد بعد تسعة شهور من الآن لكنه فكر في التخلص من هذا الدين فوراً، فما هو المبلغ الواجب دفعه وما مقدار الخصم في هذه الحالة إذا علمت أن المعدل الذي احتسبت به الفائدة في هذه الحالة هو 10% سنويا؟

الحل:

في هذه الحالة فإن هذا الشخص سيسدد مبلغ أقل مما يستوجب عليه دفعه بعد تسعة أشهر من الآن، وهذا المبلغ هو القيمة الحالية، أي:

$$C = \frac{S}{1+ni} \Rightarrow \frac{161250}{1+\frac{9}{12}(0.1)} = 150000$$

إذن عليه أن يدفع مبلغ 15000 دينار سداداً لجميع ديونه بدلا من دفع 161250 دينار، ولأنه أراد التخلص من الدين قبل حلول موعده، فإنه سيدفع مبلغ أقل مما هو مستحق عليه والفرق يمثل قيمة الخطيطة الحقيقية، أي أن مقدار الخصم أو الخطيطة الحقيقية هو:

$$E_r = S - C \Rightarrow E_r = 161250 - 150000 = 11250$$

3-2- الحطيطة التجارية (الخصم التجاري)

في العمليات التجارية كثيرا ما يمنح البائع للمشتري خصما غالبا ما يكون بين 2% إلى 5% لتسديد الفواتير في آجال محددة بين عشرة أيام إلى شهر بهدف تشجيع المشتري على تسديد التزاماته بأسرع وقت، وعند حساب قيمة الخصم التجاري فإننا نعتمد في ذلك على معدل يسمى **معدل الخصم** وليس على معدل الفائدة وهو عادة ما يكون أكبر من هذا الأخير. لذلك فإن قيمة الحطيطة التجارية تخصم من القيمة الاسمية أو جملة المبلغ باستخدام معدل الخصم. وبالتالي تكون قيمة الحطيطة التجارية أكبر من قيمة الحطيطة الحقيقية. وبهذا المنطق التجاري تعتمد البنوك التجارية في عمليات خصم الأوراق التجارية على الخصم التجاري.

الحطيطة التجارية (E_c) = (القيمة الاسمية).(معدل الخصم).(مدة الخصم)

$$E_c = Sni$$

القيمة الحالية (Va) = القيمة الاسمية (S)- الحطيطة التجارية (E_c)

القيمة الحالية = القيمة الاسمية- (القيمة الاسمية).(معدل الخصم).(مدة الخصم)

$$Va = S - Sni$$

القيمة الحالية = (القيمة الاسمية)[1- (معدل الخصم).(مدة الخصم)]

$$Va = S(1 - ni)$$

حيث أنه في هذه الحالة:

(i) هو معدل الخصم التجاري (وهو معدل أكبر من معدل الفائدة البسيط)

(n) هي مدة الخصم (وهي المدة الفاصلة بين تاريخ السداد وتاريخ استحقاق الدين)

(Va) هي القيمة الحالية التجارية (وهي قيمة الدين عند تاريخ السداد)

(S) هي القيمة الاسمية (وهي جملة المبلغ عند تاريخ الاستحقاق)

مثال02-03: أحسب القيمة الحالية والخصم التجاري لدين قيمته 30000 دينار يستحق السداد بعد سنتين من الآن، بمعدل خصم تجاري 6.5% سنويا؟

الحل:

الحطيطة التجارية (E_c) = (القيمة الاسمية).(معدل الخصم).(مدة الخصم)

الحطيطة التجارية (E_c) = (30000).(0.065).(2) = 3900 دينار

القيمة الحالية (Va) = القيمة الاسمية (S)- الحطيطة التجارية (E_c)

القيمة الحالية (Va) = (30000) –(3900) = 26100 دينار

أو بتطبيق قانون حساب القيمة الحالية التالي: $Va = S(1 - ni)$

القيمة الحالية = (القيمة الاسمية)[1 – (معدل الخصم).(مدة الخصم)]

القيمة الحالية = (30000)[1– (0.065).(2)] = (30000)[0.87] = 26100 دينار

3-3- القيمة الحالية لعدة مبالغ مختلفة

لا يختلف الأمر في حساب القيمة الحالية لعدة مبالغ عن حسابها لمبلغ واحد، إذ أن القيمة الحالية لعدة مبالغ غير متساوية وتستحق على فترات زمنية متفاوتة هي عبارة عن مجموع القيم الحالية لكل مبلغ على حده، مع الأخذ بعين الاعتبار طبيعة الخصم إن كان تجارياً أو حقيقياً.

القيم الحالية لمجموعة مبالغ مختلفة= مجموع القيم الاسمية للمبالغ – مجموع الخصم المستحق

$$\sum C_x = \sum S_x - \sum E_x$$

مثال03-03: تقدم تاجر للبنك من أجل تحصيل مجموعة من الديون قبل تاريخ استحقاقها في شكل أوراق تجارية، ما هو المبلغ الذي يدفعه البنك لهذا التاجر مقابل تحصيله لهذه الديون إذا كان معدل الخصم التجاري هو 12% سنويا.

- الورقة الأولى: قيمتها 4000 دينار تستحق بعد 8 شهور
- الورقة الثانية: قيمتها 6000 دينار تستحق بعد 10 شهور
- الورقة الثالثة: قيمتها 10000 دينار تستحق بعد سنة.

الحل:

❶- إما بتطبيق القاعدة:

القيم الحالية لمجموعة مبالغ مختلفة= مجموع القيم الاسمية للمبالغ – مجموع الخصم المستحق

①- مجموع القيم الاسمية للمبالغ = 4000 + 6000 + 10000 = **20000** دينار

- الخصم التجاري (للورقة الأولى) = $4000 \times 0.12 \times \frac{8}{12} =$ 320 دينار
- الخصم التجاري (للورقة الثانية) = $6000 \times 0.12 \times \frac{10}{12} =$ 600 دينار
- الخصم التجاري (للورقة الثالثة) = $10000 \times 0.12 \times 1 =$ 1200 دينار

②- مجموع الخصم (للأوراق الثالث) = 320 + 600 + 1200 = **2120** دينار

مجموع القيم الحالية (المبلغ الذي يدفعه)= 20000 – 2120 = **17880** دينار

❷- أو بتطبيق القاعدة:

المبلغ الذي يدفعه البنك لهذا التاجر = مجموع القيم الحالية لكل ورقة على حده

القيمة الحالية = (القيمة الاسمية)[1 – (معدل الخصم).(مدة الخصم)]

- القيمة الحالية (للورقة الأولى) = $(4000)[1-(\frac{8}{12}\times 0.12)] = 3680$ دينار
- القيمة الحالية (للورقة الثانية) = $(6000)[1-(\frac{10}{12}\times 0.12)] = 5400$ دينار
- القيمة الحالية (للورقة الثالثة) = $(10000)[1-(1\times 0.12)] = 8800$ دينار

مجموع القيم الحالية (المبلغ الذي يدفعه)= 3680 + 5400 + 8800 = **17880** دينار

3-4- القيمة الحالية للدفعات

إذا كانت الدفعات تميز بكونها مبالغ مالية متساوية في المقدار ومنتظمة في الزمن سواء كانت دفعات إيداع أو دفعات قروض، فإن القيمة الحالية للدفعات باعتبارها مجموع القيم الحالية لكل دفعة، فهي تستنتج مباشرة من قانون جملة الدفعات على النحو التالي:

القيمة الحالية للدفعات = مجموع الدفعات - مجموع الخصم المستحق

مجموع الدفعات = (مبلغ الدفعة الواحدة).(عدد الدفعات)

مجموع الخصم = **(مبلغ الدفعة)** x (معدل الخصم) $x\left(\frac{\text{عدد الدفعات}}{2}\right)x$ (مدة خصم أول دفعة + مدة خصم آخر دفعة)

مثال03-04: تعاقد شخص مع إحدى الوكالات العقارية على شراء قطعة أرض. ولتسديد ثمنها تقترح عليه الوكالة اختيار أحد الأساليب التالية:

الأسلوب الأول: أن يدفع فوراً مبلغ 155800 دينار والباقي يسدده على 12 دفعة مبلغ الدفعة الواحدة 20000 دينار، على أن تسدد أول دفعة بعد شهر من تاريخ إمضاء العقد.

الأسلوب الثاني: أن يدفع فوراً مبلغ 95500 دينار والباقي يسدده في ستة أقساط، مبلغ القسط الواحد 50000 دينار تدفع في بداية كل شهرين.

الأسلوب الثالث:أن يدفع مبلغ 200000 دينار نقداً و200000 دينار بعد سنة من تاريخ التعاقد.

المطلوب: تحديد أفضل أسلوب بالنسبة له إذا كان معدل الخصم التجاري هو 6% سنويا.

الحــل: الأسلوب الأفضل بالنسبة لهذا الشخص هو الذي تكون عنده أقل قيمة حالية يوم التعاقد.

❶- وفقاً للأسلوب الأول:

ثمن شراء قطعة الأرض = المبلغ المدفوع فوراً + القيمة الحالية للدفعات العادية

القيمة الحالية للدفعات = مجموع الدفعات – مجموع الخصم

①- مجموع الدفعات = (مبلغ الدفعة).(عدد الدفعات) = (20000).(12)= 240000 دينار

مدة خصم الدفعة الأولى=1 شهر　　　مدة خصم الدفعة الأخيرة =12 شهراً

②- مجموع الخصم التجاري = $(20000)\times(0.06)\text{x}\left(\frac{12}{2}\right)x\left(\frac{12+1}{12}\right)=7800$ دينار

القيمة الحالية للدفعات = 240000 – 7800 = 232200 دينار

ثمن شراء قطعة الأرض = 155800 + 232200 = **388000** دينار

❷- وفقاً للأسلوب الثاني:

ثمن شراء قطعة الأرض = المبلغ المدفوع فوراً + القيمة الحالية لدفعات الفورية

①- مجموع الدفعات = (مبلغ الدفعة).(عدد الدفعات) = (50000).(6)= 300000 دينار

مدة خصم الدفعة الأولى=0 شهر　　　مدة خصم الدفعة الأخيرة =10 شهور

②- مجموع الخصم التجاري = $(50000)\times(0.06)\text{x}\left(\frac{6}{2}\right)x\left(\frac{10+0}{12}\right)=7500$ دينار

القيمة الحالية للدفعات = 300000 – 7500 = 292500 دينار

ثمن شراء قطعة الأرض = 95500 + 292500 = **388000** دينار

❸- وفقاً للأسلوب الثالث:

ثمن شراء قطعة الأرض = المبلغ المدفوع فوراً + القيمة الحالية لمبلغ يستحق بعد سنة

①- القيمة الحالية = (القيمة الاسمية)[1– (معدل الخصم).(مدة الخصم)]

②- القيمة الحالية = (200000)[1– (0.06).(1)]= 188000 دينار

ثمن شراء قطعة الأرض = 200000 + 188000 = **388000** دينار

بمقارنة هذه الأساليب يتضح أنها تعطي نفس القيمة الحالية عند تاريخ التعاقد، وهذا ما يعطي مجالا واسع للمشتري لاختيار الأسلوب الأكثر ملائمة بالنسبة له وفقا لما تيسر له.

3-5- خصم الأوراق التجارية

الأوراق التجارية هي تعهدات مكتوبة تحرر من أجل دفع مبلغ من النقود لاحقا، أي بتاريخ استحقاق متفق عليه، وهى قابلة للتحويل من شخص لآخر، وتدفع لحاملها. في الكثير من الحالات وتسهيلاً للتعاملات التجارية فإن حامل الورقة التجارية (المستفيد) غالباً لا ينتظر إلى غاية ميعاد استحقاق الورقة ليتحصل على قيمتها الاسمية، بل يقدم الورقة التجارية إلى أحد البنوك من أجل قطعها (أي خصمها) قبل موعد استحقاقها.

وعندما يقبل البنك خصم الورقة التجارية فإنه يلجأ إلى خصم ما يسمى الحطيطة التجارية (**الأصل أن تخصم الأوراق التجارية بطريقة الخصم التجاري، ما لم ينص على خلاف ذلك**) إضافة إلى مجموعة أخرى من الاقتطاعات، ثم يقوم بدفع القيمة الصافية للورقة إلى المستفيد، أي أن القيمة الصافية هي القيمة الاسمية للورقة مخصوماً منها مصاريف الخصم والعمولة ومصاريف التحصيل، وغيرها من الاقتطاعات.

مجموع كل هذه الاقتطاعات يُعرف بالأجيو $AGIO$ والذي على أساسه يمكن حساب ما يسمى بالمعدل الحقيقي للخصم، وهو المعدل الذي إذا تم اعتماده في الخصم التجاري ووفقا للمدة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق، فإنه يعطي نفس قيمة الأجيو. والقيمة الصافية بعد الخصم تعرف بالقيمة الحالية للورقة التجارية.

وفى ميعاد الاستحقاق الفعلي للورقة التجارية يقوم البنك بتقديم هذه الأخيرة للشخص المدين (المحرر) ليحصل على قيمتها الاسمية، وعادة ما يعطى البنك للمدين مهلة يوم أو يومين لسداد دينه، على أن تضاف هذه المهلة إلى مدة الخصم عند احتساب الخصم التجاري.

مثال05-03: بتاريخ 15 مارس تقدم أحد التجار للبنك بكمبيالة قيمتها 50000 دينار تستحق الدفع في 12 ماي من نفس العام من أجل خصمها والحصول على قيمتها. فإذا كان معدل الخصم المعمول به فى البنك هو 12% سنويا، وأن البنك يتقاضى مقابل ذلك عمولة بنسبة 1‰ (واحد في الألف)، وكذلك مصاريف التحصيل بنسبة 0.5‰ (نصف في الألف) إذا علمت أن البنك يمنح مهلة يومين فقط للمدين للسداد.

- ما هو المبلغ الذى يدفعه البنك لهذا التاجر؟
- وما هو المعدل الحقيقى للخصم؟

الحل:

مدة الخصم = 16(مارس) + 30(أفريل) + 12(ماي) + 2(مهلة الانتظار) = 60 يوماً

الخصم التجاري (الحطيطة التجارية) = (القيمة الاسمية)× (معدل الخصم)× (مدة الخصم)

①- الخصم التجاري (الحطيطة التجارية) = $50000\times 0.12\times \frac{60}{360}=$ 1000 دينار

②- عمولة البنك = $50000 \times \frac{1}{1000}=$ 50 دينار

③- مصاريف التحصيل = $50000\times \frac{0.5}{1000}=$ 25 دينار

قيمة الأجيو = (الخصم التجاري) + (العمولة) + (مصاريف التحصيل)

= 1000 + 50 + 25 = 1075 دينار

المبلغ الذي دفعه البنك (القيمة الحالية عند تاريخ الخصم) = القيمة الاسمية - الأجيو

المبلغ الذي دفعه البنك = 50000- 1075 = 48925 دينار

وكأن البنك تم خصم المبلغ 1075 دينار بمعدل خصم أكبر مما هو معتمد عليه في الخصم التجاري، وهذا المعدل يسمى معدل الخصم الحقيقي والذي يتم تحديده كما يلي:

المعدل الحقيقي للخصم = $\frac{Agio}{S.n} = \frac{1075}{\frac{58}{360}\times 50000} \cong 0.1335$ (13.35%)

إعادة حساب الأجيو (بمعدل الخصم الحقيقي) = $0.1335x50000\times\frac{58}{360}=1075$ دينار

ملاحظات مهمة:

- عمولة البنك ومصاريف التحصيل هي نسبة معينة من القيمة الاسمية للورقة التجارية وليس لها علاقة بمدة الخصم.

- في كثيرا من الحالات يضع البنك حد أدنى للعمولة أو لمصاريف التحصيل عن كل ورقة يتم خصمها، فإذا كانت العمولة أو المصاريف المحتسبة أكبر من الحد الأدنى فإن البنك يحتسب هذه الأخيرة (أي أن البنك يأخذ أكبر قيمة).

- إضافة لمصاريف التحصيل ولعمولة البنك فإن البنك في بعض الحالات يفرض رسم على القيمة المضافة TVA لتضاف إلى قيمة الاقتطاعات، حيث لا يوجد رسم على الخصم، وبالتالي:

- TVA = (معدل الرسم)×(الأجيو قبل الرسم – قيمة الخصم)

- صافي الأجيو = (الأجيو قبل الرسوم) + (الرسم على القيمة المضافة)

- عند حساب المعدل الحقيقي للخصم يؤخذ الأجيو خارج الرسم ويحسب على أساس مدة الخصم الحقيقية حيث لا تدخل مهلة الانتظار في الحسبان.

تمارين

التمرين (03-01):

تبلغ القيمة الحالية الحقيقية لكمبيالة تستحق السداد بعد 180 يوم من الآن 12000 دينار فإذا علمت أن معدل الخصم والفائدة هو 11%. اوجد القيمة الاسمية لهذه الكمبيالة.

الحل:

لطالما أن القيمة الحالية لكمبيالة هي القيمة الحقيقية، يعني أنها خصمت بمعدل خصم حقيقي

$$S = C(1+ni) \Rightarrow S = 12000\,(1+\frac{180}{360}0.11) \Rightarrow S = 12660$$

التمرين (03-02):

أوجد القيمة الحالية والخصم التجاري بعد سنة من الآن لدين قيمته 27800 دينار يستحق السداد بعد ثلاث سنوات، إذا علمت أن معدل الخصم التجاري هو 10% سنويا.

الحل:

مدة الخصم لدين يستحق بعد (3) سنوات ولكنه يخصم بعد (1) سنة من الآن هي (2) سنتين

الحطيطة التجارية = (القيمة الاسمية).(معدل الخصم).(مدة الخصم)

الحطيطة التجارية = (27800).(0.1).(2) = 5560 دينار

القيمة الحالية = 27800 – 5560 = 22240 دينار

التمرين (03-03):

في 5 مارس قدم أحد الأشخاص الأوراق التجارية الآتية لخصمها:

- كمبيالة بمبلغ 20000 دينار تستحق الدفع في 15 ماي من نفس السنة.
- كمبيالة بمبلغ 40000 دينار تستحق الدفع في 02 جويليه من نفس السنة.
- كمبيالة بمبلغ 60000 دينار تستحق الدفع في 26 جويليه من نفس السنة.

فإذا كان سعر الخصم 12% سنوياً وكانت العمولة 1‰ (واحد في الألف). ومصاريف التحصيل1.25‰ بحد أدنى 50 دينار للورقة الواحدة. أوجد المبلغ الذى يتسلمه هذا الشخص من البنك مقابل خصم هذه الكمبيالات الثلاث، علماً بأن البنك يحسب يوم واحد فقط كمهلة انتظار للمدين.

الحل:

	مارس	افريل	ماي	جوان	جويليه	مهلة	المدة
مدة خصم الكمبيالة الأولى =	26	30	15	-	-	1	= 72 يوماً
مدة خصم الكمبيالة الثانية =	26	30	31	30	2	1	= 120 يوماً
مدة خصم الكمبيالة الثالثة =	26	30	31	30	26	1	= 144 يوماً

❶- الخصم التجاري (الكمبيالة الأولى) = (القيمة الاسمية)× (معدل الخصم)× (مدة الخصم)

- الخصم التجاري (الحطيطة التجارية) = $20000 \times 0.12 \times \frac{72}{360} = 480$ دينار
- عمولة البنك = $20000 \times \frac{1}{1000} = 20$ دينار
- مصاريف التحصيل= $20000 \times \frac{1.25}{1000} = 25$ دينار

في هذه الحالة تؤخذ قيمة مصاريف التحصيل (50 دينار) لان البنك يحتسب كحد أدنى مبلغ 50 دينار لمصاريف تحصيل عن كل ورقة يتم خصمها.

قيمة الأجيو = 480 + 20 + 50 = 550 دينار

القيمة الحالية للكمبيالة الأولى = 20000 - 550 = **19450** دينار

❷- الخصم التجاري (الكمبيالة الثانية) = (القيمة الاسمية)× (معدل الخصم)× (مدة الخصم)

- الخصم التجاري (الحطيطة التجارية)= $40000 \times 0.12 \times \frac{120}{360} = 1600$ دينار
- عمولة البنك = $40000 \times \frac{1}{1000} = 40$ دينار
- مصاريف التحصيل= $40000 \times \frac{1.25}{1000} = 50$ دينار وهي نفسها قيمة الحد الأدنى

قيمة الأجيو = (1600) + (40) + (50) = 1690 دينار

القيمة الحالية للكمبيالة الثانية = 40000 – 1690 = **38310** دينار

❸- الخصم التجاري (الكمبيالة الثالثة) = (القيمة الاسمية)× (معدل الخصم)× (مدة الخصم)

- الخصم التجاري (الحطيطة التجارية) = $60000 \times 0.12 \times \frac{144}{360} = 2880$ دينار
- عمولة البنك = $60000 \times \frac{1}{1000} = 60$ دينار
- مصاريف التحصيل=$60000 \times \frac{1.25}{1000} = 75$ دينار وهي أكبر من قيمة الحد الأدنى

قيمة الأجيو = (2880) + (60) + (75) = 3015 دينار

القيمة الحالية للكمبيالة الثالثة = 60000 – 3015 = **56985** دينار

إذن المبلغ الذي يتسلمه هذا الشخص من البنك مقابل خصم هذه الكمبيالات الثلاث يساوي مجموع القيم الحالية لهذه الكمبيالات= 19450 + 38310 + 56985 = 114745 دينار

التمرين (03-04):

كمبيالة قيمتها الحالية 38590 دينار خصمت لدى أحد البنوك بتاريخ 12 أفريل بمعدل خصم 12% سنوياً. فإذا علمت أن البنك يتقاضى عمولة بمعدل 0.1% ومصاريف تحصيل بمعدل 0.125%.

المطلوب: إذا كان تاريخ استحقاق هذه الكمبيالة هو 20 جويليه من نفس العام

- حساب القيمة الاسمية لهذه الكمبيالة.

- المعدل الحقيقي للخصم.

الحل:

حساب مدة الخصم = 18(أفريل) + 31(ماي) + 30(جوان) + 20(جويليه) = 99 يوم

القيمة الحالية للكمبيالة = القيمة الاسمية – الأجيو

حساب قيمة الأجيو بدلالة القيمة الاسمية

الأجيو=[(الخصم التجاري)+ (عمولة البنك)+ (مصاريف التحصيل)]

$$\text{الأجيو}=[(\text{القيمة الاسمية}\times 0.12\times\frac{99}{360})+(\text{القيمة الاسمية}\times\frac{0.1}{100})+(\text{القيمة الاسمية}\times\frac{0.125}{100})]$$

$$\text{الأجيو}=\text{القيمة الاسمية}\times[(\frac{99}{360}\times 0.12)+(0.001)+(0.00125)]$$

$$\therefore\ \text{الأجيو} = (0.03525)\times(\text{القيمة الاسمية})$$

القيمة الحالية للكمبيالة = القيمة الاسمية – [(0.03525)× (القيمة الاسمية)]

القيمة الحالية للكمبيالة = القيمة الاسمية(1 – 0.03525) = (0.96475).(القيمة الاسمية)

38590 = (0.96475).(القيمة الاسمية)

$$\text{القيمة الاسمية} = \frac{38590}{0.96475} = 40000\ \text{دينار}$$

الأجيو= (0.03525)× (القيمة الاسمية)

الأجيو = (0.03525)× (40000)= 1410

حساب المعدل الحقيقي للخصم

المعدل الحقيقي للخصم = $\frac{AGIO}{S.n} = \frac{1410}{\frac{99}{360}\times 40000}$ =0.1281818، أي (**12.82%**)

∴ الخصم التجاري الحقيقي: $(\frac{99}{360}\times 0.1282\times 40000) = 1410$

التمرين03-05:

أراد تاجر خصم كمبيالة قيمتها 70000 دينار تستحق الدفع بعد ثمانية شهور إذا كان البنك يخصم هذه الورقة بمعدل 9% سنويا فما هي القيمة الحالية لهذه الورقة؟

التمرين03-06:

بتاريخ 24 فيفري 2018 أراد تاجر خصم كمبيالة قيمتها الاسمية 8000 دينار تاريخ استحقاقها يوم 2018/07/18 فإذا كان معدل الخصم 9% سنويا فما هي القيمة الحالية للكمبيالة؟

التمرين03-07:

بتاريخ 05 جوان تم خصم ورقة تجارية بمعدل 12% فكانت قيمة الحطيطة التجارية (الخصم التجاري) 9975 دينار والحطيطة الحقيقية (الخصم التجاري) هي 9500 دينار.

المطلوب:

1- أحسب تاريخ استحقاق هذه الورقة التجارية.
2- أحسب القيمة الاسمية لهذه الورقة.
3- أحسب الحالية التجارية والصحيحة لهذه الورقة.

التمرين03-08:

بتاريخ 21 مارس 2019 أراد شخص تحصيل دين في شكل أربع أوراق تجارية مختلفة.

الأولى قيمتها 15000 دينار تستحق في 2019/05/14

الثانية قيمتها 25000 دينار تستحق في 2019/10/31

الثالثة قيمتها 20000 دينار تستحق في 2020/03/12

المطلوب:ما هو مجموع ما يتحصل عليه هذا الشخص مقابل خصم هذه الأوراق، إذا علمت أن معدل الخصم التجاري 14% سنوياً.

التمرين03-09:

اشترت مؤسسة تجارية سيارة لنقل البضائع من إحدى وكالات بيع السيارات قيمتها نقداً 1200000 دينار، ودفعت من ثمنها مقدماً 200000 دينار، وكتبت بالباقي للوكالة كمبيالات شهرية قيمة الواحدة 25000 ديناراً، تستحق الأولى بعد شهر. فإذا خصمتها الوكالة في البنك بسعر خصم 12% سنوياً.

المطلوب:

1. أحسب مقدار الخصم.
2. أحسب المبلغ الذي يدفعه البنك للوكالة.
3. أحسب ثمن السيارة في حالة خصم الكمبيالات وفي حالة عدم خصمها

التمرين03-10:

في يوم 23 أفريل اقترض تاجر بمبلغ 40000 دينار وفي يوم 29 ماي اقترض مبلغ 35000 دينار ثم مبلغ 25000 دينار في 04 جويليه. وقد كتب في قابل هذه الديون كمبيالة تستحق السداد في نهاية نفس السنة.

المطلوب:

1- أحسب القيمة الاسمية لهذه الكمبيالة إذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو 10% سنويا.

2- أحسب القيمة الحالية لهذه الكمبيالة إذا خُصمت بالبنك قبل شهرين من تاريخ استحقاقها بمعدل خصم تجاري بسيط 12% سنويا، وبعمولة بنكية 0.75% ومصاريف تحصيل0.25%.

3- أحسب المعدل الحقيقي للخصم.

التمرين03-11:

اقترض تاجر مبلغ 90000 دينار، وكتب مقابل ذلك ثلاث كمبيالات متساوية تستحق الأولى بعد 9 أشهر والثانية بعد 6 أشهر، والأخيرة بعد 3 أشهر، إذا كان سعر الفائدة البسيطة والخصم التجاري هو 10% سنوياً، فما هو المبلغ الذي يتحصل عليه التاجر إذا كان البنك يتقاضى عمولته عند توقيع الكمبيالات بمعدل 0.1% ومصاريف التحصيل 0.05% بحد أدنى 20 دينار للورقة الواحدة، مع العلم أن البنك يمنح مهلة يومين فقط للسداد.

التمرين03-12:

في يوم 23 جويليه خصم تاجر كمبيالة قيمتها الاسمية 92000 دينار تستحق الدفع في يوم 01 أكتوبر من نفس العام. فإذا علمت أن معدل الخصم 14%، وعمولة البنك 0.1% ومصاريف التحصيل 0.125% بحد أدنى 50 دينار، فإذا كان البنك يعطى مهلة قدرها يومين، وأن الرسم على القيمة المضافة هي 17%.

المطلوب أحسب القيمة الحالية للكمبيالة والمعدل الحقيقي للخصم.

التمرين03-13:

بتاريخ 12 ماي خصم تاجر الأوراق التالية:

- الورقة الأولى: وقيمتها الاسمية 25600 دينار تستحق بعد شهرين ونصف
- الورقة الثانية: وقيمتها الاسمية 32400 دينار وتستحق بعد 120 يوم
- الورقة الأولى: وقيمتها الاسمية (X) دينار وتستحق يوم 18 أوت من نفس السنة

فإذا كان معدل الخصم التجاري 15% وعمولة البنك 0.5% ويتقاضى في مقابل ذلك مصاريف تحصيل قدرها 72 دينار عن كل ورقة، فكانت مجموع القيمة الحالية لهذه الأوراق هي 95289 دينار فما هي القيمة الاسمية للورقة الثالثة؟

الفصل الرابع

4

تكافؤ الأوراق التجارية والتسويات المالية قصيرة الأجل

4-1- أسلوب الاستحقاق المشترك

4-2- أسلوب الاستحقاق المتوسط

4-3- أسلوب الاستحقاق الفرضي

تمارين

تكافؤ الأوراق التجارية والتسويات المالية قصيرة الأجل

المقصود بتكافؤ الأوراق التجارية أن تتساوى في قيمتها بتاريخ محدد يسمى تاريخ التكافؤ عندما يتعلق الأمر باستبدال الديون، حيث يمكن القيام بتكافؤ ورقة تجارية أو أكثر مع ورقة أخرى أو أكثر أيضا، كما يمكن إحلال مبلغ مالي محل ورقة تجارية أو أكثر. الأمر هنا، يتعلق باستبدال دين معين بدين آخر أو بتعديل مواعيد استحقاق مجموعة من الديون بمواعيد أخرى يتم الاتفاق عليها بين الدائن والمدين. ففي الحالات التي يواجه فيها المدين صعوبات مالية في تسديد ما عليه من ديون فإنه يسعى إلى أن يتفق مع الدائن على تأخير مواعيد الاستحقاق، كما قد يلجأ إلى تقديم تاريخ الاستحقاق إذا كان يريد التخلص من ديونه، وفي مثل هذه الحالات نقول أن التسويات المالية والتجارية ترتبط باستبدال أو تعديل الدين القديم بدين جديد وبمقتضى الإتقان بين الطرفين تتغير مواعيد استحقاق الديون.

غالباً ما تكون الديون قصيرة الأجل في صورة أوراق تجارية لإثبات الدين، وأن الأساس في عملية تسوية الديون يقوم على فكرة تسمى "**معادلة القيمة**" والتي تعني أنه بتاريخ التسوية (تاريخ الاتفاق) يجب أن تكون **مجموع قيم الديون القديمة تعادل مجموع قيم الديون الجديدة.** فإذا كان تاريخ التسوية بعد تاريخ استحقاق الدين القديم فإن قيمة هذا الدين تحسب على أنها جملة مبلغ الدين مع **إضافة فوائد التأخير** للفترة من تاريخ استحقاق هذا الدين إلى غاية تاريخ الاتفاق. أما إذا كان تاريخ التسوية قبل تاريخ استحقاق الدين القديم فتحسب قيمة الدين على أنها القيمة الحالية لمبلغ الدين مع حساب **خصم مبلغ التعجيل**، على أساس معدل الخصم التجاري ما لم ينص الاتفاق على خلاف ذلك.

وعلى هذا الأساس، نكون أمام إحدى ثلاث حالات (بعضها أو كلها) إما ديون قد انتهت تواريخ استحقاقها، حيث تحسب فوائد التأخير من تاريخ الاستحقاق إلى تاريخ التسوية وتضاف إلى القيمة الاسمية. أو ديون مستحقة بتاريخ التسوية، حيث تكون قيمتها الاسمية هي نفسها قيمتها الحالية بتاريخ التسوية. أو نكون أمام ديون لم يَحِلْ تاريخ استحقاقها بعد، حيث تخصم فوائد التعجيل بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الاتفاق للحصول على القيمة الحالية.

بصفة عامة تتم تسوية الديون طبقا للاتفاق بين الدائن والمدين بواحدة من الأساليب التالية:

4-1- أسلوب الاستحقاق المشترك

يهتم أسلوب الاستحقاق المشترك بالبحث إما عن **القيمة الاسمية** أو عن **تاريخ استحقاق** ورقة تجارية التي تعوض ورقتين تجاريتين أو اكثر، حيث يتفق الطرفان على أن يتم تسديد الديون **مرة واحدة** إما بتاريخ يتم الاتفاق عليه يسمى تاريخ الاستحقاق المشترك حيث تتغير عنده كل تواريخ الاستحقاق القديمة وعنده يتم البحث عن القيمة الاسمية للورقة التجارية التي تعوض الديون القديمة أو العكس يتم الاتفاق على تعويض الديون أو الأوراق القديمة بمبلغ تتحدد قيمته الاسمية مسبقاً ويبقى البحث عن تاريخ استحقاق هذا المبلغ.

مثال01-04: يمتلك تاجر الأوراق التجارية التالية

- الورقة الأولى: قيمتها 15800 دينار تستحق في 23 جانفي
- الورقة الثانية: قيمتها 30000 دينار تستحق في 04 فيفري
- الورقة الثالثة: قيمتها 24000 دينار تستحق في 10 فيفري

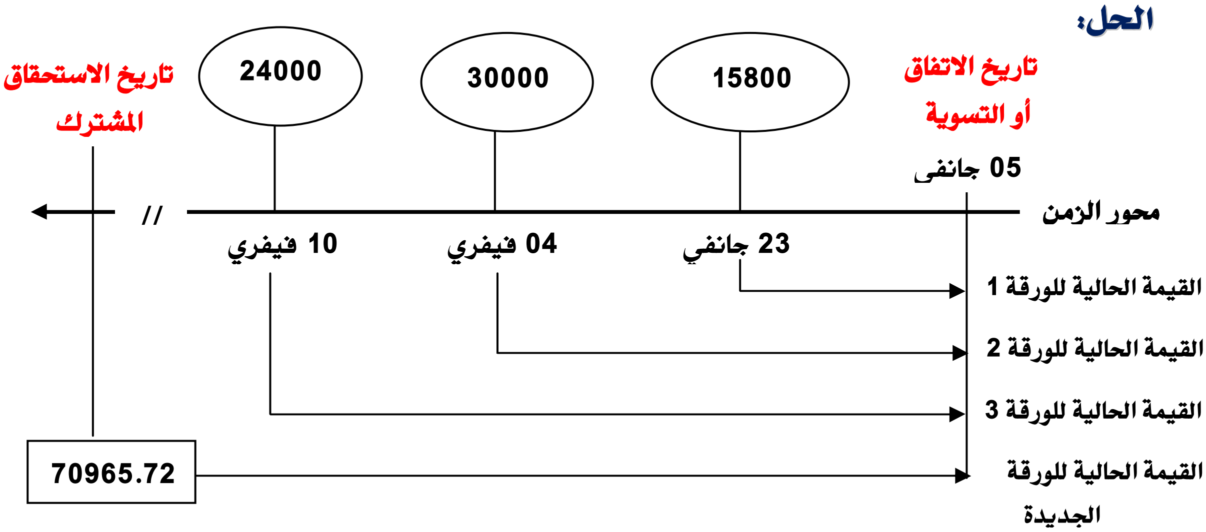
ولكن وبتاريخ 05 جانفي تم الاتفاق على استبدال الأوراق الثلاثة السابقة بورقة واحدة قيمتها 70965.72 دينار تستحق بتاريخ لاحق.

المطلوب:

1 - تحديد هذا التاريخ إذا كان معدل الخصم 10% سنوياً؟.

2- ما قيمة هذه الورقة لو أن الطرفان قد اتفقا على أن تستحق بعد 6 أشهر من تاريخ الاتفاق؟

الحل:



1- في هذه الحالة فإن القيمة الاسمية للورقة محددة مسبقاً لتعوض أو تستبدل الأوراق الثلاث وما علينا إلا **تحديد تاريخ استحقاق** هذه الورقة، ولأن تواريخ استحقاق الأوراق الثلاث بعد تاريخ الاتفاق؛ مما يعني انه لم يَحِلْ تاريخ استحقاقها بعد؛ وبالتالي تخصم الفوائد بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الاتفاق للحصول على القيمة الحالية، وباستعمال الخصم التجاري.

حساب مدة خصم الأوراق الثلاث:

n_1: مدة خصم الورقة الأولى: من 23 جانفي إلى غاية 05 جانفي هي 18 يوم

n_2: مدة خصم الورقة الثانية: من 04 فيفري إلى غاية 05 جانفي هي 30 يوم

n_3: مدة خصم الورقة الثالثة: من 10 فيفري إلى غاية 05 جانفي هي 36 يوم

n_4: مدة خصم الورقة الجديدة: من تاريخ استحقاقها المطلوب تحديده إلى غاية 05 جانفي

حساب مجموع القيم الحالية للأوراق التجارية الثلاث

❶- حساب القيمة الحالية للورقة الأولى:

$$S_1(1-n_1i)=15800\left(1-\frac{18}{360}(0.1)\right)=15721$$

∴ القيمة الحالية للورقة الأولى = 15721 دينار

❷- حساب القيمة الحالية للورقة الثانية:

$$S_2(1-n_2i)=30000\left(1-\frac{30}{360}(0.1)\right)=29750$$

∴ القيمة الحالية للورقة الثانية = 29750 دينار

❸- حساب القيمة الحالية للورقة الثالثة:

$$S_3(1-n_3i)=24000\left(1-\frac{36}{360}(0.1)\right)=23760$$

∴ القيمة الحالية للورقة الثالثة = 23760 دينار

وبالتالي فإن مجموع القيم الحالية للأوراق الثلاث بتاريخ التسوية هو: 69231 دينار

❹- حساب القيمة الحالية للورقة الرابعة بدلالة n_4:

$$S_4(1-n_4i)=70965.72\left(1-\frac{n_4}{360}(0.1)\right)$$

$$S_4(1-n_4i)=70965.72-\frac{(7096.57).(n_4)}{360}$$

بما أن قاعدة تسوية الديون هي: مجموع قيم الديون القديمة تساوي مجموع قيم الديون الجديدة عند تاريخ التسوية، فإن:

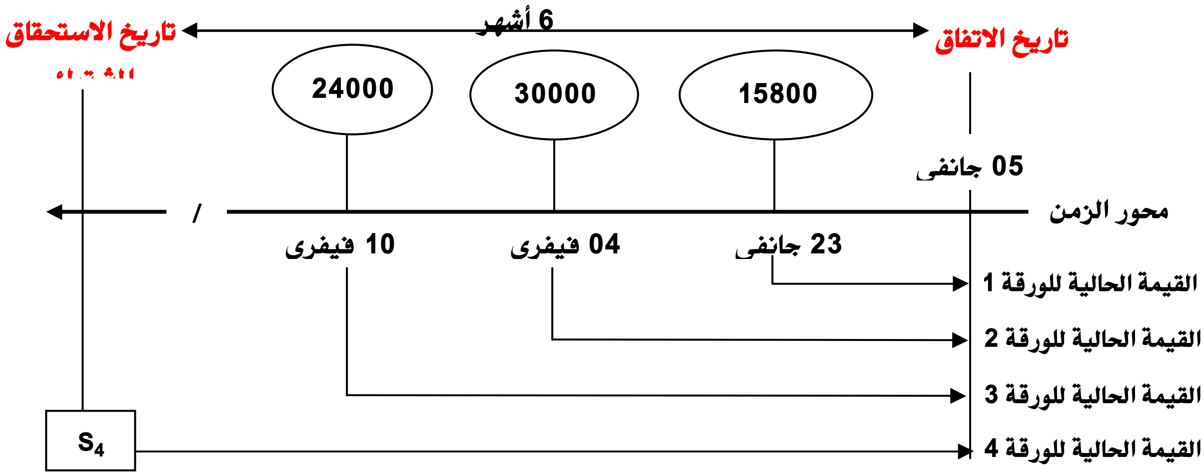
$$70965.72 - \frac{(7096.57).(n_4)}{360} = 69231 \Rightarrow 70965.72 - 69231 = \frac{(7096.57).(n_4)}{360}$$

$$1734.72 = \frac{(7096.57).(n_4)}{360} \Rightarrow 624498.31 = (7096.57).(n_4)$$

$$n_4 = \frac{624498.31}{7096.57} = 88$$

مما يعني أن تاريخ استحقاق الورقة الجديدة (الرابعة) التي ستعوض الأوراق الثلاث السابقة سيكون بعد تاريخ التسوية أو تاريخ الاتفاق (04 جانفي) بـ 88 يوما.

2- أما في هذه الحالة فإن تاريخ استحقاق الورقة محدد سلفاً، أي بعد 6 شهور من الاتفاق وما علينا إلا **تحديد القيمة الاسمية** للورقة التي يجب أن تعوض أو تستبدل قيمة الأوراق الثلاث،



حساب القيمة الحالية للورقة الرابعة بدلالة Va4:

$$S_4(1 - n_4 i) = S_4\left(1 - \frac{6}{12}(0.1)\right) = 0.95 S_4$$

بما أنه يجب أن يكون مجموع القيم الحالية للديون القديمة تساوي مجموع القيم الحالية للديون الجديدة عند تاريخ التسوية، حسب القاعدة المعمول بها في تسوية الديون فإن:

$$0.95 S_4 = 69231 \Rightarrow S_4 = \frac{69231}{0.95} = 72874.74$$

وبالتالي، ومن أجل أن تحل الورقة الجديدة (الدين الجديد) محل الأوراق الثلاث القديمة (الدين القديم)، فإنه يجب تكون قيمتها الاسمية تساوي 72874.74 دينار، تستحق الدفع بعد ستة شهور من الاتفاق.

4-2-أسلوب الاستحقاق المتوسط

يتعلق أسلوب الاستحقاق المتوسط بتسوية جميع الديون مرة واحدة ولكن بنفس قيمتها **الاسمية** المستحق سدادها، وهذا عند تاريخ يستوجب تحديده يُسمى تاريخ الاستحقاق المتوسط وغالباً ما يستخدم هذا الأسلوب في تسوية الديون. رياضياً، يعبر هذا التاريخ عن المتوسط الحسابي المرجح لمختلف تواريخ استحقاق مختلف الأوراق التجارية.

مثال04-02:

في يوم 01 جانفي اقترض شخص مبلغ من المال وحرر في مقابل ذلك ثلاث كمبيالات:

- الأولى: قيمتها 20000 دينار تستحق يوم 22 جويليه من نفس السنة
- الثانية: قيمتها 30000 دينار تستحق في 31 أوت من نفس السنة
- الثالثة: قيمتها 50000 دينار تستحق في 31 ديسمبر من نفس السنة

وفي يوم 14 مارس اتفق هذا الشخص مع دائنه على أن يسدد لاحقاً المبالغ كلها كما هي وبقيمها الاسمية مرة واحدة.

المطلوب: تحديد تاريخ الواجب أن يسدد فيه هذا الدين، إذا علمت أن معدل الخصم البسيط هو 10% سنوياً؟

الحل:

يجب حساب مدة الخصم وهي المدة المتبقية للدين من تاريخ الاتفاق (14 مارس) إلى غاية تاريخ استحقاق مختلف الأوراق التجارية الثلاث، والجدول التالي يوضح ذلك:

مدة استحقاق	مارس	افريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	نوفبر	ديسمبر	المدة
الورقة الأولى	17	30	31	30	22						130
الورقة الثانية	17	30	31	30	31	31					170
الورقة الثالثة	17	30	31	30	31	31	30	31	30	31	292

$$\text{متوسط مدة الاستحقاق} = \frac{\sum_{j=1}^{3} S_j . n_j}{\sum_{j=1}^{3} S_j}$$

$$\text{متوسط مدة الاستحقاق} = \frac{(292x50000)+(170x30000)+(130x20000)}{(50000+30000+20000)} = 223\ \text{يوم}$$

وهذا يعني أن يكون تاريخ تسديد هذه الديون بعد 223 يوم من تاريخ الاتفاق (14 مارس) وبالتالي، يكون تاريخ تسديد الديون هو 23 أكتوبر من نفس السنة كما هو موضح في الجدول

	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية	أوت	سبتمبر	أكتوبر	المدة
متوسط مدة الاستحقاق	17	30	31	30	31	31	30	**23**	223

أي أنه بتاريخ 23 أكتوبر من نفس السنة يجب على هذا الشخص أن يسدد جميع المبالغ دفعة واحدة بقيمها الاسمية؛ أي 20000 + 30000 + 50000 = 100000 دينار

كما يمكن الوصول إلى ذات النتيجة وبطريقة أخرى أكثر دقة وإيضاحا، حيث يتم حساب مجموع القيم الحالية للأوراق التجارية الثلاث، ثم البحث عن الفترة اللازمة التي ستصبح فيها هذه القيم الحالية تساوي مجموع القيم الاسمية للأوراق الثلاث.

❶- أولا: حساب القيم الحالية للأوراق الثلاث:

$$\sum_{j=1}^{3} C_j = \frac{20000}{1+\frac{130}{360}0.1} + \frac{30000}{1+\frac{170}{360}0.1} + \frac{50000}{1+\frac{292}{360}0.1}$$

$$\sum_{j=1}^{3} C_j = 19302.95 + 28647.22 + 46248.72 = 94198.88$$

❷- ثانيا: حساب المدة الزمنية اللازمة لكي تصبح فيها مجموع هذه القيم الحالية تساوي مجموع قيمها الاسمية كما هي، أي أن:

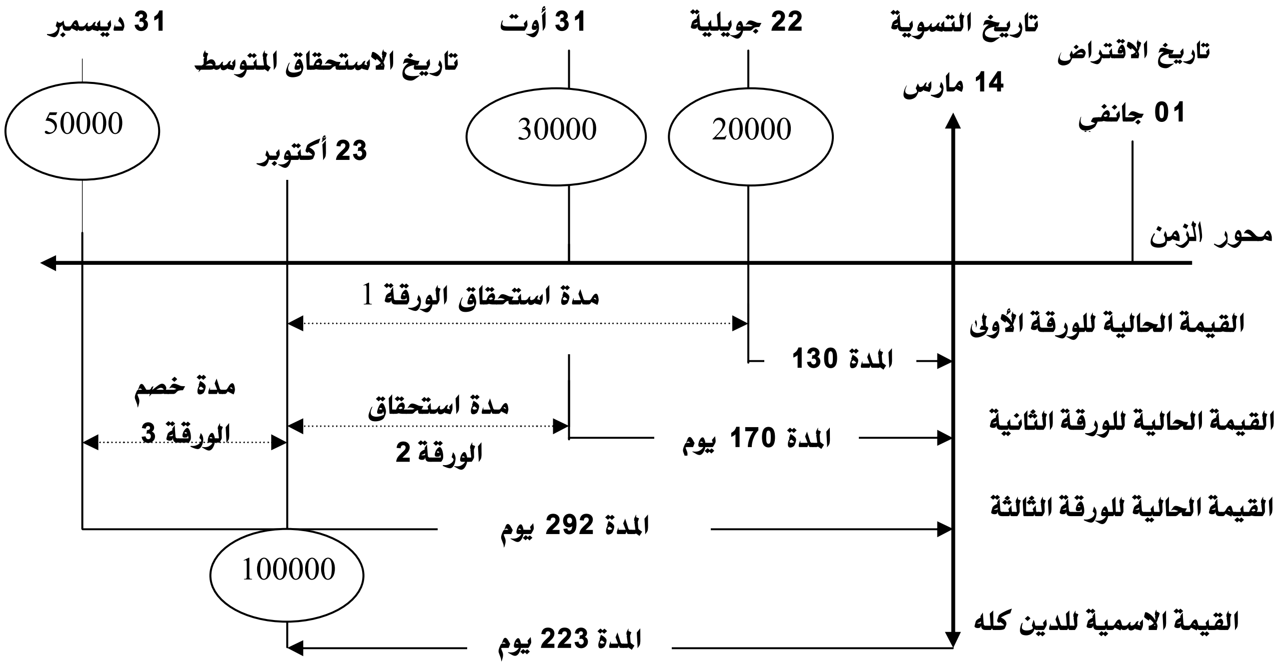
$$\mathrm{S} = C(1+ni) \Rightarrow 100000 = 94198.88(1+\frac{n}{360}0.1)$$

$$(1+\frac{n}{360}0.1) = \frac{100000}{94198.88} = 1.06158376$$

$$\frac{0.1n}{360} = 0.06158376 \Rightarrow 0.1n = 22.17 \Rightarrow n = \frac{22.17}{0.1} \cong 223$$

وبهذا تكون المدة الحقيقية والضرورية هي 223 يوما، ويكون يوم 23 أكتوبر هو التاريخ الذي يسدد فيه هذا الديون كما هي وبقيمها الاسمية؛ أي على هذا الشخص أن يدفع مبلغ 100000 دينار.

التمثيل البياني للحل



وللتأكد من أن تسوية جميع الديون تتم بنفس قيمتها الاسمية والمستحق سدادها عند تاريخ الاستحقاق المتوسط (23 أكتوبر) فإنه يمكن حساب قيم هذه الكمبيالات عند هذا التاريخ.

❶- بالنسبة للورقة الأولى نحسب قيمتها الاسمية لمدة 93 يوما (من 22 جويليه إلى 23 أكتوبر)

- الفائدة المستحقة على المبلغ الأول $(I_1) = 20000.(\frac{93}{360}).(0.1) = 516.63$ دينار

- جملة المبلغ الأول $(S_1) = 20000 + 516.67 = \mathbf{20516.66}$ دينار

❷- بالنسبة للورقة الثانية نحسب قيمتها الاسمية لمدة 53 يوما (من 31 أوت إلى 23 أكتوبر)

- الفائدة المستحقة على المبلغ الثاني $(I_2) = 30000.(\frac{53}{360}).(0.1) = 441.67$ دينار

- جملة المبلغ الثاني $(S_2) = 30000 + 441.67 = \mathbf{30441.67}$ دينار

❸- بالنسبة للورقة الثالثة نحسب قيمتها الحالية لمدة 69 يوماً (من 31 ديسمبر إلى 23 أكتوبر)

الخصم التجاري (الكمبيالة الثالثة) = (القيمة الاسمية)×(معدل الخصم)×(مدة الخصم)

الخصم التجاري (الكمبيالة الثالثة) = $50000 \times 0.1 \times \frac{69}{360} = 958.33$ دينار

- القيمة الحالية(الكمبيالة الثالثة) $(C_3) = 50000 - 958.33 = \mathbf{49041.67}$ دينار

قيمة الكمبيالات = $20516.66 + 30441.67 + 49041.67 = \mathbf{100000}$ دينار وهي مجموع القيم الاسمية لمختلف الكمبيالات بتواريخ استحقاقها $20000 + 30000 + 50000 = \mathbf{100000}$ دينار.

3-4- أسلوب الاستحقاق الفرضي

في الأسلوب الأول، كان تاريخ الاستحقاق المشترك لا يهتم به سوى المدين الذي يريد أن يتخلص من دينه مرة واحدة. أما في الأسلوب الثاني حيث تاريخ الإستحقاق المتوسط لا يُلزم سوى الدائن الذي يرغب في تسوية الدين وبقيمته الاسمية دون خصم الفوائد. وبين هذين الأسلوبين فقد يريد البعض تجزئة الدين بدلا من دفعه مرة واحدة أو تسديده على فترات زمنية مختلفة بدلا من تاريخ محدد، حيث يتم سداد جزء من الدين والباقي عن طريق تحرير بعض الأوراق التجارية تستحق لاحقًا، أو استبدال الدين القديم بدين جديد يستحق لاحقا ففي هذه الحالة فإننا نفترض تاريخ معين تتم فيه إعادة هيكلة الديون من جديد وعند هذا التاريخ الفرضي يجب ان تتعادل فيه مجموع قيم الديون القديمة مع مجموع قيم الديون الجديدة.

مثال04-03: شخص مدين بالمبالغ التالية

- 40000 دينار تستحق الدفع بعد 2 شهرين
- 23000 دينار تستحق الدفع بعد 8 شهور
- 76500 دينار تستحق الدفع بعد 10 شهور

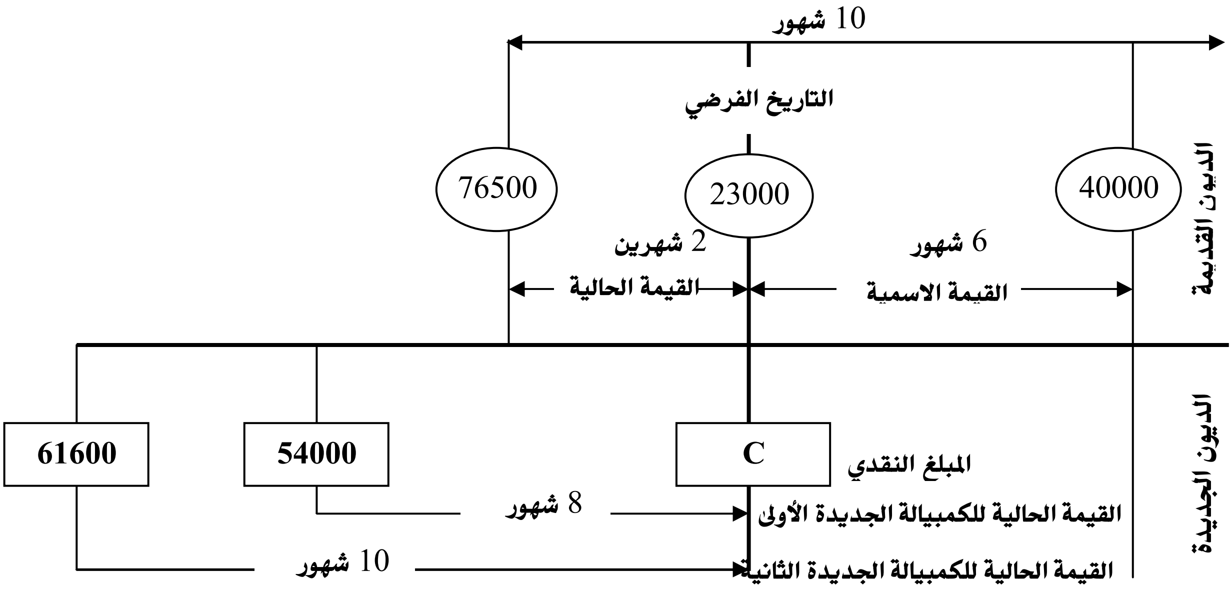
ولكنه، ولظروف قاهرة لم يتمكن هذا الشخص من سداد الدين الأول فى موعده، لذلك فقد اتفق مع الدائن فى تاريخ استحقاق الدين الثانى على أن يحرر ورقتين جديدتين الأولى قيمتها 54000 دينار تستحق بعد 8 شهور أما الثانية فقيمتها 61600 دينار تستحق بعد 10 شهور على أن يدفع للدائن باقي المستحق عليه نقدا.

المطلوب:

- احسب المبلغ الذي دفعه المدين نقدا، إذا علمت أن معدل الخصم هو 12% سنويا ومعدل الفائدة هو 10% سنويا.

الحل:

نفرض أن المبلغ الذى يدفعه المدين للدائن فى تاريخ التسوية الفرضي هو (C)



∵ بتطبيق قاعدة القيمة فإن: قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة (عند تاريخ التسوية)

أولا:- إيجاد قيمة الديون القديمة

❶- حساب القيمة الاسمية للورقة الأولى: حيث تضاف للجملة فوائد التأخير "لمدة ستة شهور"

القيمة الاسمية = القيمة الحالية(1 + معدل الفائدة x المدة الزمنية)

قيمة الدين الأول = 40000(1 + $0.1\frac{6}{12}$) = **42000** دينار

❷- حساب القيمة الاسمية للورقة الثانية = قيمتها الحالية لان تاريخ استحقاق هذه الورقة هو تاريخ التسوية

وبالتالي فإن قيمة الدين الثاني = **23000** دينار

❸- حساب القيمة الحالية للورقة الثالثة: مدة الخصم شهر شهرين

القيمة الحالية للورقة الثالثة (قيمة الدين الثالث)

$$C_3 = S_3(1-n_3 i) \Rightarrow 76500(1-\frac{2}{12}0.12) \Rightarrow 76500(0.98) = 74940$$

وبالتالي فإن قيمة الدين الثالث = **74940** دينار

قيمة الديون القديمة = **42000+ 23000 + 74940** = **139940** دينار

ثانياً:- إيجاد قيمة الديون الجديدة

❶- حساب القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة الأولى: مدة الخصم 8 شهور

القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة الأولى:

$$C'_1 = S'_1(1-n_1 i) \Rightarrow 54000(1-\frac{8}{12}0.12) \Rightarrow 54000(0.92) = 49680$$

❷- حساب القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة الثانية: مدة الخصم 10 شهور

$$C'_2 = S'_2(1-n_2 i) \Rightarrow 61600(1-\frac{10}{12}0.12) \Rightarrow 61600(0.90) = 55400$$

قيمة الديون الجديدة = 49680+ 55400 + المبلغ المدفوع نقدا (C)

قيمة الديون الجديدة = C + **105080** دينار

ثالثا:- تطبيق قاعدة:

قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

$$105080 + C = 139940 \Rightarrow C = 139940 - 105080 = 34860$$

المبلغ الذي يدفعه المدين في تاريخ التسوية (C) = **34860** دينار

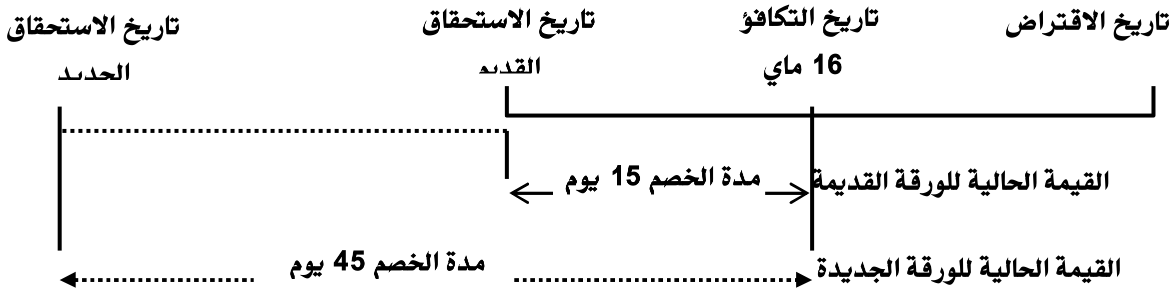
تمارين

التمرين (04-01):

شخص مدين بمبلغ 50000 دينار في شكل ورقة تجارية تستحق في 31 ماي القادم وفي 16 ماي طلب من الدائن أن يعوض الورقة السابقة بأخرى تستحق في 30 جوان.

المطلوب: أحسب قيمة الورقة الثانية في الحالتين (حالة الخصم الحقيقي وحالة الخصم التجاري) إذا علمت أن معدل الخصم 10%.

الحل:



نقول عن ورقتين تجاريتين تُستحقان في تاريخين مختلفين أنهما متكافئتان إذا تم خصمهما بتاريخ معين فكانت لهما نفس القيمة الحالية.

القيمة الحالية للورقة القديمة = القيمة الحالية للورقة الجديدة

① - **الحالة الأولى:** حساب قيمة الورقة الثانية على أساس الخصم الحقيقي

$$C_1 = C_2 \Rightarrow \frac{S_1}{1+n_1 i} = \frac{S_2}{1+n_2 i}$$

$$\frac{50000}{1+\frac{15}{360}0.1} = \frac{S_2}{1+\frac{45}{360}0.1} \Rightarrow 49792.86 = \frac{S_2}{1.0125} \Rightarrow \mathrm{S2} = 50415.27$$

∴ قيمة الورقة الثانية في حالة الخصم الحقيقي هي **50415.27** دينار

② - **الحالة الثانية:** حساب قيمة الورقة الثانية على أساس الخصم التجاري

$$Va_1 = Va_2 \Rightarrow S_1(1-n_1 i) = S_2(1-n_2 i)$$

$$49792 = 0.9875(\mathrm{S}_2) \Rightarrow S_2 = \frac{49792}{0.9875} = 50422.28$$

∴ قيمة الورقة الثانية في حالة الخصم التجاري هي **50422.28** دينار

التمرين (04-02):

اقترض تاجر من البنك المبالغ التالية:

- 20000 دينار تستحق السداد بعد 3 شهور
- 10000 دينار تستحق السداد بعد 6 شهور
- 30000 دينار تستحق السداد بعد 9 شهور

وبعد مرور ثلاثة أشهر اتفق التاجر مع من البنك على استبدال هذه الديون بورقة تجارية واحدة قيمتها 60000 دينار تستحق الدفع بتاريخ لاحق، فإذا علمت أن المعدل الخصم التجاري ومعدل الفائدة البسيطة هو 12%.

المطلوب:

- ما هي المهلة التي يمكن أن تؤجل بها هذه الديون؟

الحل:

بتاريخ الاتفاق وهو تاريخ التكافؤ تحدد الفروق في مختلف مُدد استحقاق هذه الديون كما يلي:

- المدة المتبقية لاستحقاق الدين الأول صفر لأن تاريخ الاتفاق هو نفسه تاريخ استحقاق هذا الدين، وعليه فإن القيمة الحالية لهذا الدين هي نفسها قيمته الاسمية.

- المدة المتبقية لاستحقاق الدين الثاني هي 3 أشهر، لأنه قد مرت ثلاثة أشهر سابقاً.

- المدة المتبقية لاستحقاق الدين الثالث هي 6 أشهر، بدلا من تسعة أشهر لانقضاء ثلاثة أشهر.

الملاحظ أن قيمة الورقة التجارية الجديدة تساوي مجموع قيمة الديون القديمة بقيمها الاسمية كما هي؛ مما يعني انه تم تسوية هذه الديون بأسلوب الاستحقاق المتوسط.

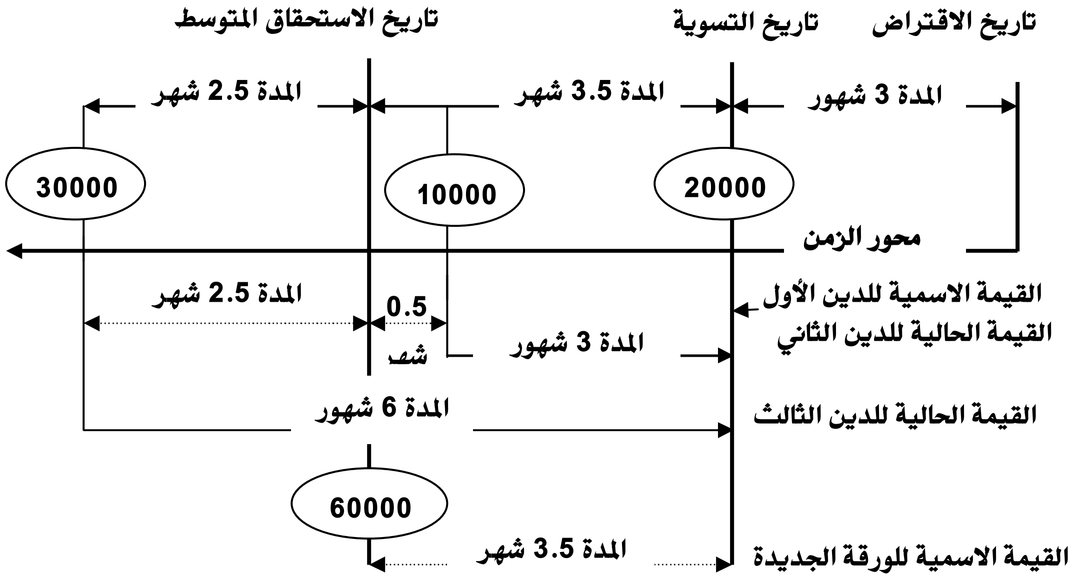
- متوسط مدة الاستحقاق $= \dfrac{(\frac{6}{12} x30000) + (\frac{3}{12} x10000) + (\frac{0}{12} x20000)}{60000}$

- متوسط مدة الاستحقاق $= \dfrac{(\frac{180000}{12}) + (\frac{30000}{12})}{60000} = \dfrac{\frac{180000 + 30000}{12}}{60000}$

- متوسط مدة الاستحقاق $= \dfrac{\frac{210000}{12}}{60000} = \dfrac{1}{12} x \dfrac{210000}{60000} = \dfrac{3.5}{12} =$ **3.5** شهر، أو 105 يوم

وبالتالي يمكن لهذا التاجر تأجيل استحقاق هذه الديون مجتمعة لمدة ثلاثة شهور ونصف منذ تاريخ الاتفاق، كما هو مبين في الشكل التالي:

التمثيل البياني للحل



كما يمكن الوصول إلى نفس النتيجة عن طريق حساب مجموع قيم الديون الثلاثة عند تاريخ التسوية، ثم البحث عن الفترة اللازمة التي ستصبح فيها مجموع هذه القيم تساوي القيمة الاسمية للورقة التجارية.

❶- أولا: حساب القيمة الحالية للمبالغ الثلاثة

- المبلغ الأول: قيمته الحالية هي نفسها القيمة الاسمية أو الجملة عند تاريخ الاتفاق

وعليه، فإن القيمة الحالية للدين الأول = 20000 دينار.

- المبلغ الثاني: تحسب القيمة الحالية حيث أن مدة الخصم هي ثلاثة أشهر

$$S_2(1-n_2 i)=10000\left(1-\frac{3}{12}(0.12)\right)=9700$$

وعليه، فإن القيمة الحالية للدين الثاني = 9700 دينار.

- المبلغ الثالث: تحسب القيمة الحالية حيث أن مدة الخصم هي ستة أشهر

$$S_3(1-n_3 i)=30000\left(1-\frac{6}{12}(0.12)\right)=28200$$

وعليه، فإن القيمة الحالية للدين الثاني = 28200 دينار.

وبالتالي فإن، مجموع قيمة الديون الثلاثة عند تاريخ التسوية، هو

$$\sum_{j=1}^{3} C_j = 20000+9700+28200=57900$$

❷- ثانيا: حساب المدة الزمنية لكي يصبح فيها هذا المبلغ يساوي قيمة الورقة التجارية، أي أن:

$$S = C(1+ni) \Rightarrow 60000 = 57900(1+\frac{n}{12}0.12)$$

$$579\,n = 60000 - 57900 \Rightarrow n = \frac{2100}{597} = 3.5$$

وبهذا تكون المدة الحقيقية والضرورية هي 3.5 شهرا، أي على هذا التاجر أن يدفع للبنك بعد ثلاثة أشهر من الاتفاق مبلغ 60000 دينار.

كما يمكن حساب القيم المختلفة لهذه المبالغ عند هذا التاريخ والتي يجب أن يكون مجموعها يساوي القيمة الاسمية للورقة التجارية. (أنظر الشكل السابق)

❶- بالنسبة للدين الأول نحسب قيمته الاسمية لمدة 3.5 شهرا.

$S_1 = 20000\,(1+\frac{3.5}{12}0.12) = 20700$ ⇦ قيمة المبلغ الأول (S_1) = **20700** دينار

❷- بالنسبة للدين الثاني نحسب قيمته الاسمية لمدة نصف شهر فقط

$S_2 = 10000(1+\frac{0.5}{12}0.12) = 10050$ ⇦ قيمة المبلغ الثاني (S_2) = **10050** دينار

❸- بالنسبة للمبلغ الثالث نحسب فإننا قيمته الحالية ولمدة الخصم 2.5 شهرا.

$C_3 = 30000\left(1-\frac{2.5}{12}(0.12)\right) = 29250$ ⇦ قيمة المبلغ الثالث (C_3) = **29250** دينار

مجموع المبالغ = 20700 + 10050 + 29250= **60000** دينار وهي مجموع القيم الاسمية لمختلف المبالغ بتاريخ استحقاقها كما هي: 20000 + 10000 + 30000 = **60000** دينار.

التمرين (03-04):

بتاريخ 6 أكتوبر اتفق مدين مع دائنه على استبدال الأوراق التجارية التالية:

- الأولى: قيمتها 16554 تستحق الدفع في 3 نوفمبر
- الثانية: قيمتها 27351 تستحق الدفع في 14 نوفمبر
- الثالثة: قيمتها 23923 تستحق الدفع في 29 نوفمبر

بورقتين تجاريتين:

- الورقة الأولى :قيمتها 29435 تستحق الدفع في 20 نوفمبر
- الورقة الثانية: تستحق الدفع في 5 ديسمبر

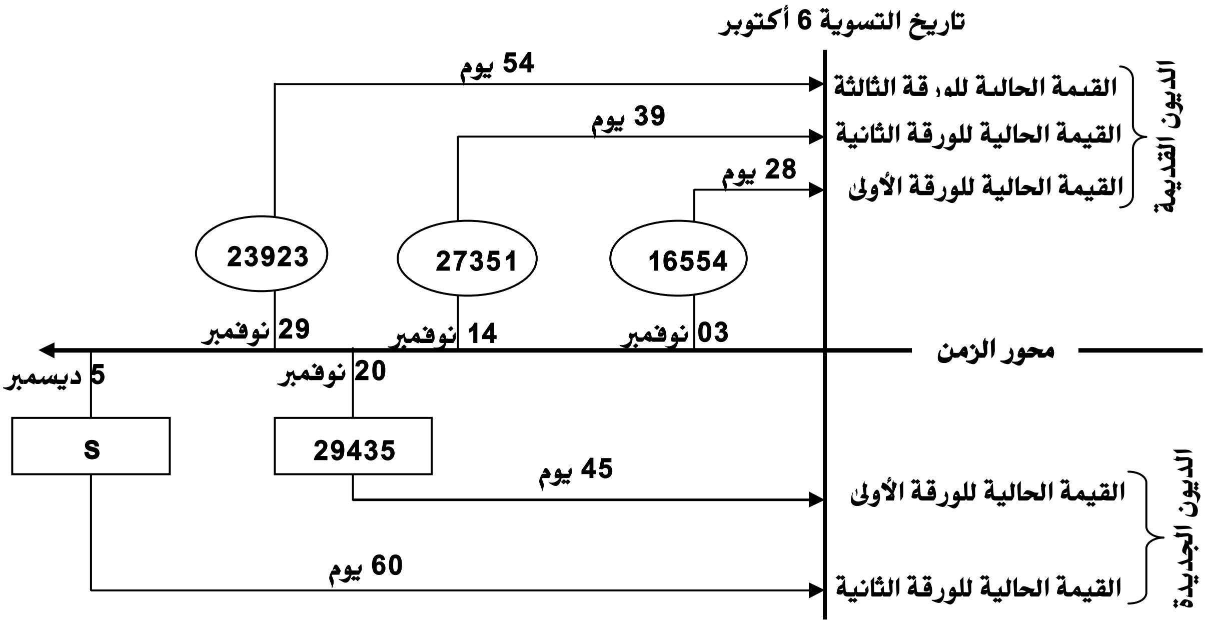
المطلوب:

تحديد قيمة الورقة الجديدة الثانية، إذا علمت أن معدل الخصم هو 12%؟.

وذلك في الحالتين(الخصم الحقيقي والخصم التجاري)

الحل:

التمثيل البياني للمشكلة



أولا: على أساس الخصم الحقيقي

❶- إيجاد قيمة الديون القديمة

①- حساب القيمة الحالية للورقة الأولى: مدة الخصم 28 يوم

$$C_1 = \frac{S_1}{1+n_1 i} = \frac{16554}{1+\left(\frac{28}{360}\right).0.12} = 16500$$

②- حساب القيمة الحالية للورقة الثانية: مدة الخصم 39 يوم

$$C_2 = \frac{S_2}{1+n_2 i} = \frac{27351}{1+\left(\frac{39}{360}\right).0.12} = 27000$$

③- حساب القيمة الحالية للورقة الثالثة: مدة الخصم 54 يوم

$$C_3 = \frac{S_3}{1+n_3 i} = \frac{23953}{1+\left(\frac{54}{360}\right).0.12} = 23500$$

القيمة الحالية للكمبيالة القديمة الثالثة =27000 دينار

قيمة الديون القديمة = 16500+27000+23500=67000 دينار

❷- إيجاد قيمة الديون الجديدة

①- حساب القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة الأولى: مدة الخصم 45 شهور

$$C_1^{'} = \frac{S_1^{'}}{1+n_1 i} = \frac{29435}{1+\left(\frac{45}{360}\right).0.12} = 29000$$

القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة الأولى = 29000 دينار

②- حساب القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة الثانية: مدة الخصم 60 شهور

$$C_2^{'} = \frac{S_2^{'}}{1+n_2 i} = \frac{S_2^{'}}{1+\left(\frac{60}{360}\right).0.12} = \frac{S_2^{'}}{1.01999}$$

القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة الثانية = $\frac{S_2^{'}}{1.01999}$ دينار

قيمة الديون الجديدة =$29000 + \frac{S_2^{'}}{1.01999}$

- بتطبيق قاعدة القيمة: قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

$$29000 + \frac{S_2^{'}}{1.01999} = 67000 \Rightarrow \frac{S_2^{'}}{1.01999} = 67000 - 29000 \Rightarrow S_2^{'} = \mathbf{38760}$$

وبالتالي حتى تتكافأ الأوراق التجارية فإن القيمة الاسمية للورقة الجديدة الثانية يجب أن تساوي 38760 دينار وتستحق الدفع في 5 ديسمبر.

ثانياً: على أساس الخصم التجاري

❶- إيجاد قيمة الديون القديمة

القيمة الحالية للورقة الأولى =$(1-n_1 i) = S_1 =$ $16554\left(1 - \frac{28}{360}.0.12\right) =$ 16399.50 دينار

القيمة الحالية للورقة الثانية = $(1-n_2 i) = S_2 =$ $27351\left(1 - \frac{39}{360}.0.12\right) =$ 26995.44 دينار

القيمة الحالية للورقة الثالثة = $(1-n_3 i) = S_3 =$ $23923\left(1 - \frac{54}{360}.0.12\right) =$ 23492.39 دينار

قيمة الديون القديمة = 16399.50 + 26995.44 + 23492.39 = **66887.33** دينار

❷- إيجاد قيمة الديون الجديدة

القيمة الحالية للورقة الجديدة الأولى= $29435\left(1 - \frac{45}{360}.0.12\right) =$ 28993.45 دينار

القيمة الحالية للورقة الجديدة الثانية = $S'_2\left(1 - \frac{60}{360}.0.12\right) = 0.98\, S_2^{'}$

قيمة الديون الجديدة = 28993.45 + $S_2^{'}(0.98)$

- عند تاريخ التسوية، يمكن تطبيق قاعدة القيمة: قيمة الديون القديمة = قيمة الديون الجديدة

$$28993.45+(0.98)S_2^{'}=66887.33 \Rightarrow S_2^{'}=\frac{66887.33-28993.45}{0.98} \Rightarrow S_2^{'}=38667.23$$

مما يعني أنه حتى تتم تسوية الديون حسب الاتفاق، فإن القيمة الاسمية للورقة الجديدة الثانية هي 38667.23 دينار وتستحق الدفع في 5 ديسمبر.

التمرين 04-04:

شخص مدين بمبلغ 52260 دينار في شكل ورقة تجارية تستحق السداد في 31 ماي القادم وفي 16 ماي طلب من الدائن أن يعوض الورقة السابقة بأخرى تستحق في 30 جوان.

المطلوب: أحسب قيمة الورقة الثانية، إذا علمت أن معدل الخصم 12%.

التمرين 04-05:

شخص مدين بالمبالغ التالية:

- 25300 دينار تستحق بعد 36 يوم
- 53248 دينار تستحق بعد 72 يوم
- 76796 دينار تستحق بعد 156 يوم

وقد اتفق مع الدائن على استبدال هذه الديون بورقتين تجاريتين لهما نفس القيمة الاسمية تستحق الورقة الأولى بعد 3 شهور والثانية بعد 6 أشهر.

المطلوب: حساب قيمة الورقتين الجديدتين إذا علمت أن معدل الفائدة البسيط هو 9% سنوياً ومعدل الخصم التجاري هو 12% سنويا.

التمرين 04-06:

يريد شخص أن يستبدل دينين بأقساط شهرية عادية لمدة ثلاث سنوات، الأول قيمته 42480 دينار يستحق السداد بعد سنتين والثاني يستحق بعد أربع سنوات وقيمته 35700 دينار.

المطلوب: أوجد قيمة كل قسط علما أن معدل الخصم التجاري هو 10% سنويا.

التمرين 04-07:

شخص مدين بالمبالغ التالية :-

- 40000 دينار تستحق الدفع بعد 2 شهرين
- 23000 دينار تستحق الدفع بعد 8 شهور
- 76500 دينار تستحق الدفع بعد 10 شهور

ولكنه لم يتمكن من سداد الدين الأول في موعده، وقد اتفق مع الدائن في تاريخ استحقاق الدين الثاني على أن يحرر كمبيالتين جديدتين الأولى قيمتها 54000 دينار تستحق بعد 8 شهور والثانية فقيمتها 61600 دينار تستحق بعد 10 شهور، وأن يدفع للدائن باقي المستحق عليه نقدا.

المطلوب: احسب المبلغ الذي دفعه المدين نقدا، إذا علمت أن معدل الخصم هو 12% سنويا ومعدل الفائدة البسيطة هو 10% سنويا.

التمرين 04-08:

ما هي المدة اللازمة لدفع مبلغ قدره 124583 دينار تعويضاً عن مبلغين قيمة كل منهما 60000 دينار، يستحق الأول بع أربعة أشهر، ويستحق المبلغ الثاني بعد شهرين من تاريخ استحقاق المبلغ الأول، إذا كان معدل الخصم التجاري 10% سنوياً؟.

التمرين 04-09:

شخص مدين بالمبالغ التالية:

- 30000 دينار تستحق بعد 3 أشهر
- 50000 دينار تستحق بعد 7 أشهر
- 70000 دينار تستحق بعد سنة

ولكن، قبل شهر من حلول موعد سداد الدين الأول، فقد اتفق هذا الشخص مع دائنه على تسديد قيمة المبلغ الأول والثاني في شكل دفعات عادية شهرية على أن يتم دفع قيمة آخر دفعة عند تاريخ استحقاق الدين الثالث.

المطلوب: حساب قيمة الدفعة الواحدة إذا علمت أن معدل الخصم التجاري هو 12% سنويا.

التمرين 04-10:

من أجل إدخال بعض التحسينات على خطها الإنتاجي اقترضت مؤسسة البركة من أحد البنوك التجارية مبلغ 4550000 دينار، يستحق السداد بعد ثلاث سنوات، ومبلغ 2250000 دينار يسترجع بعد خمس سنوات، بمعدل فائدة بسيطة 8% سنوياً.

ولكن نتيجة لظروفها المالية الصعبة فقد اتفقت هذه المؤسسة مع البنك على إعادة هيكلة هذه الديون من جديد، على أن تسدده في ثلاث مراحل وبالكيفية التالية:

- في نهاية السنة الأولى: تدفع المؤسسة أول مبلغ وقدره 1000000 دينار؛

- بعد سنتين من تسديد المبلغ الأول: تدفع المؤسسة مبلغ ثاني قدره 2000000 دينار،
- وفي نهاية مدة القرض: تدفع فيها المؤسسة الرصيد الباقي.

المطلوب: حساب ما يلي

1. المبلغ الذي تدفعه المؤسسة أو الرصيد المتبقي في نهاية مدة القرض.
2. المبلغ الذي تدفعه المؤسسة فيما إذا قررت تسديد مرة واحدة كل الديون المتبقية بعد دفع المبلغ الأول وقبل دفع المبلغ الثاني بسنة كاملة. إذا علمت أن معدل الخصم التجاري 10%.

ثانياً

العمليات المالية طويلة الأجل

الفصل الخامس

5

الفائدة المركبة

5-1- ماهية الفائدة المركبة

5-2- القانون الأساسي للفائدة المركبة

5-3- طرق إضافة الفوائد واحتساب المعدل الحقيقي للفائدة

تمارين

الفائدة المركبة

5-1- ماهية الفائدة المركبة

بما أن الأساس في احتساب الفائدة البسيطة هو أصل المبلغ المقترض أو المودع والذي يظل ثابتاً ولا يتغير طِوال فترة الاقتراض أو فترة الإيداع، فإنه يترتب على ذلك تساوى مقدار الفائدة البسيطة المحسوبة على الأصل في نهاية كل وحدة زمنية. أما في حالة الفائدة المركبة تحتسب فائدة إضافية على كل من الأصل والفوائد المستحقة معاً خلال الفترة الزمنية اللاحقة... وهكذا.

بمعنى، أن قانون الفائدة المركبة يَعْتَبِر بأن المبلغ الأصلي الذي تحتسب على أساسه الفوائد غير ثابت، بل أنه متغير من وحدة زمنية إلى وحدة زمنية أخرى لاحقة، بفعل تراكم فائدة الوحدة الزمنية على أصل المبلغ في كل مرة تضاف فيها الفوائد. وتكون الحصيلة في النهاية جملة مبلغ أكبر مما لو احتسبت الفوائد على أساس أصل المبلغ المودع أو المقترض في أول مدة خاصة إذا ما طالت الفترة الزمنية. ومن هذا المنطلق، تقتصر الفائدة البسيطة على الإيداعات والقروض قصيرة الأجل، بينما ترتبط الفائدة المركبة بعمليات الإيداع والاقتراض طويلة الأجل بشرط ألا تسحب الفوائد بأصولها في نهاية كل وحدة زمنية.

مثـال 05-01: إذا افترضنا أن شخصاً ما قد أودع مبلغ 50000 دينار لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة قدرها 12% سنوياً.

المطلوب: ماهو مجموع ما يتحصل عليه في نهاية المدة، على أساس أن الفوائد تحتسب:

1. بمعدل فائدة بسيطة
2. بمعدل فائدة مركبة

الحل:

❶- على أساس الفائدة البسيطة

- فائدة السنة الأولى = $(50000)x(0.12)x(1) = 6000$ دينار
- فائدة السنة الثانية = $(50000)x(0.12)x(1) = 6000$ دينار
- فائدة السنة الثالثة = $(50000)x(0.12)x(1) = 6000$ دينار

مجموع الفوائد المستحقة للشخص في نهاية مدة الإيداع هي 18000 دينار

إجمالي ما يتحصل عليه الشخص في نهاية مدة الإيداع = 50000 + 18000 = 68000 دينار

❷- على أساس الفائدة المركبة

- فائدة السنة الأولى = (50000)x(0.12)x(1) = 6000 دينار، وبذلك يكون رصيد هذا الشخص في نهاية السنة الأولى بعد إضافة الفوائد (6000+50000) = 56000 دينار، وهذا المبلغ يعتبر الأصل الجديد الذي تحتسب على أساسه فوائد السنة الثانية.

- فائدة السنة الثانية=(56000)x(0.12)x(1)=6720 دينار، وبنفس الطريقة يكون الرصيد الجديد في نهاية السنة الثانية بعد إضافة الفوائد الجديدة هو (6720+56000) = 62720 دينار، وهذا الرصيد سيتحول إلى الأصل الجديد الذي تحتسب على أساسه فوائد السنة الثالثة.

- فائدة السنة الثالثة = (62720) x(0.12)x(1) = 7526.4 دينار

وبهذا يكون إجمالي ما يتحصل عليه في نهاية مدة الإيداع هو قيمة الرصيد في السنة الثالثة.

جملة المبلغ = 62720 + 7526.4 = 70246.4 دينار. كما أن هذا المبلغ يمكن حسابه عن طريق إضافة فوائد كل سنة إلى الأصل الأول، أي أن جملة المبلغ = (فوائد السنة الأولى 6000) + (فوائد السنة الثانية 6720) + (فوائد السنة الثالثة 7526.4) + (الأصل الأول 50000) = 70246.4 دينار.

5-2- القانون الأساسي للفائدة المركبة

الفترة الزمنية	المبلغ الأصلي	مقدار الفائدة	الجملة
1	C	$I_1 = Ci$	$S_1 = C+Ci \Rightarrow S_1 = C(1+i)$
2	$C(1+i)$	$I_2 = C(1+i)(i)$	$S_2 = C(1+i) + C(1+i)(i) \Rightarrow$ $S_2 = C(1+i)(1+i) \Rightarrow S_2 = C(1+i)^2$
3	$C(1+i)^2$	$I_3 = C(1+i)^2(i)$	$S_3 = C(1+i)^2 + C(1+i)^2(i)$ $\Rightarrow S_3 = C(1+i)^2(1+i)$ $\Rightarrow S_3 = C(1+i)^3$
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
n-1	$C(1+i)^{n-2}$	$I_{n-1} = C(1+i)^{n-2}(i)$	$S_{n-1} = C(1+i)^{n-2} + C(1+i)^{n-2}(i)$ $S_{n-1} = C(1+i)^{n-2}(1+i)$ $\Rightarrow S_{n-1} = C(1+i)^{n-1}$
n	$C(1+i)^{n-1}$	$\mathbf{I_n = C(1+i)^{n-1}(i)}$	$S_n = C(1+i)^{n-1} + C(1+i)^{n-1}(i)$ $S_n = C(1+i)^{n-1}(1+i)$ $\Rightarrow \mathbf{S = C(1+i)^n}$

ومنه، فإن جملة المبلغ المحصل عليه في نهاية الفترة (n) تحسب وفقا للقانون الأساسي للفائدة المركبة التالي: $S=C(1+i)^n$ أما قانون قيمة الفوائد المحصل عليها لنفس الفترة هو: $I_n= C(1+i)^{n-1}(i)$

وبتطبيق القانون الأساسي للفائدة المركبة على المثال السابق، يمكن حساب الجملة كما يلي:

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 50000[(1+0.12)^3]$$

$$S = 50000(1.404928) \Rightarrow S = \mathbf{70246.4}$$

وبالتالي، فإن إجمالي ما يتحصل عليه في نهاية مدة الإيداع على أساس الفائدة مركبة هو 70246.4 دينار، وبتطبيق قانون احتساب الفوائد تكون مجموع الفوائد المستحقة في نهاية المدة هي: $I_n= C(1+i)^{n-1}(i) = 50000[(1+0.12)^2(0.12)]=7\mathbf{526.4}$

أما بتطبيق قانون الجملة في حالة الفائدة البسيطة

$$S =C(1+ni) \Rightarrow S = 50000[1+(3)(0.12)] \Rightarrow S = 50000(1.36) \Rightarrow S = \mathbf{68000}$$

وتكون فرق بين الفوائد المركبة والبسيطة هي **70246.4 – 68000 = 2246.4** دينار

مثال 05-02: أودع شخص مبلغ 40000 دينار على أن يسحب جميع مستحقاته بعد أربع سنوات من تاريخ الإيداع، فإذا كان البنك يحتسب له الفوائد بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا فما هي المدة اللازمة لكي يتحصل على نفس قيمة إجمالي الفوائد فيما إذا كانت الفوائد بسيطة.

الحل:

❶- على أساس الفائدة المركبة:

- جملة المبلغ:

$$S_n=C(1+i)^n \Rightarrow S = 40000[(1+0.1)^4] \Rightarrow S = 40000(1.4641) \Rightarrow S = 58564$$

- مجموع الفوائد لمدة الإيداع كاملة: 58564 – 40000 = **18546** دينار

وبتطبيق قانون احتساب الفوائد: $I_n= C(1+i)^{n-1}(i)$

فوائد السنة الأولى: $I_1 = 40000(0.1)^0(0.1) \Rightarrow I_1 = 4000$

فوائد السنة الثانية: $I_2= 40000(1+0.1)^1(0.1) \Rightarrow I_2= 4400$

فوائد السنة الثالثة: $I_3= 40000(1+0.1)^2(0.1) \Rightarrow I_3= 4840$

فوائد السنة الرابعة: $I_4= 40000(1+0.1)^3(0.1) \Rightarrow I_4= 5324$

- مجموع الفوائد لمدة الإيداع كاملة: 5324+4840+4400+4000=**18564** دينار

❷- على أساس الفائدة البسيطة:

- مجموع الفوائد بدلالة مدة الإيداع (n):

$$I = Cni \Rightarrow I = 40000(n)(0.1) \Rightarrow I = 4000(n)$$

وحتى يتحصل على نفس قيمة مجموع الفوائد المركبة السابقة وقيمتها المحسوبة سابقاً 18564

فإن: $4000(n) = 18564 \Rightarrow \boldsymbol{n} = \mathbf{4.641}$

وتعني **4** سنوات و(7.692=12x0.641) أي 7 شهور، والباقي (20.76=30x0.692) وهو ما يقارب **21** يوم؛ أي 4 سنوات وسبع شهور وواحد وعشرون يوما. وبالتالي للحصول على نفس قيمة الفوائد المركبة يتطلب مدة أطول في حالة كون الفوائد بسيطة.

ملاحظة: لتحديد قيمة العبارة $(1+i)^n$ نستعمل الجداول المالية عند تقاطع سطر(n) بعمود (i)

3-5- طرق إضافة الفوائد واحتساب المعدل الحقيقي للفائدة

من أجل تطبيق القانون الأساسي للفائدة المركبة يشترط التجانس بين فترة إضافة الفوائد ومعدل الفائدة، إذ يجب أن تكون مقاسة بنفس وحدة القياس، فإذا كانت الفوائد على سبيل المثال تضاف كل سنة يجب أن يعتمد في حساب الجملة على معدل الفائدة السنوي، وإذا كانت تضاف الفوائد في السنة كل سداسي يجب أن يكون المعدل نصف سنوي...وهكذا.

الجدول التالي يوضح بعض الأمثلة للمعدل السنوي 12% المذكور في المثال السابق وما يقابله من معدلات الفائدة لوحدات الزمن التي تتم فيها إضافة الفوائد خلال السنة. وكذا المعدل الحقيقي السنوي المقابل لعدد مرات الإضافة، والذي يتحدد بالعلاقة التالية: $\mathbf{i_r=(1+i)^n - 1}$

تضاف الفوائد	عدد مرات الإضافة	المعدل المقابل لوحدة الزمن	المعدل الحقيقي
كل سنة	1	%12= 1÷%12	$i_r =(1+0.12)^1-1 = (\%12)$
كل سداسي	2	%06=2 ÷%12	$i_r =(1+0.06)^2-1 = (12.36\%)$
كل ثلاثي	4	%03=4÷%12	$i_r =(1+0.03)^4-1 = (12.55\%)$
كل شهر	12	%01=12÷%12	$i_r=(1+0.01)^{12}-1 = (12.68\%)$
كل يوم	360	%0.033333=360÷%12	$i_r =(1+0.00033333)^{360}-1$ $i_r = (12.75\%)$

المعدل الحقيقي هو عبارة عن معدل الزيادة الفعلية لكل وحدة نقدية نتيجة إضافة الفائدة أكثر من مرة واحدة في السنة، حيث يرتفع معدل الفائدة الحقيقي كلما ارتفعت عدد مرات إضافة الفوائد في السنة.

مثال 05-03: إذا كان معدل الفائدة السنوي 18% تضاف به الفوائد المركبة كل شهر. أوجد عدد مرات الإضافة والمعدل المقابل والحقيقي.

الحل:

عندما تضاف الفوائد في السنة الواحدة كل شهر، فإن

- عدد مرات الإضافة في السنة الواحدة هو 12 مرة
- ومعدل الفائدة المقابل لكل شهر هو $= \frac{\%18}{12} =$ 1.5% شهرياً
- بينما معدل الفائدة السنوي الحقيقي هو:

$$i_r = (1+i)^n - 1$$
$$i_r = (1+0.015)^{12} - 1$$
$$i_r = (1.19561817) - 1$$
$$i_r = 0.1956$$
$$i_r = (19.56\%)$$

تمارين

التمرين (05-01):

ما هو المعدل الحقيقي السنوي، إذا كانت الفوائد تضاف للأصل كل ربع سنة بمعدل فائدة مركبة 12% سنويا؟

الحل:

- عندما تضاف الفوائد كل ربع سنة (أي كل ثلاثة شهور)، يكون:
- عدد مرات الإضافة في السنة الواحدة هو 4 مرات
- معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن (الثلاثي) = $\frac{12\%}{4}$ = 3% ثلاثياً (اي كل ثلاثي)

المعدل الحقيقي السنوي :

$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.03)^4 - 1$$
$$i_r = (1.12550881) - 1$$
$$i_r = 0.1255 \Rightarrow i_r = (12.55\%)$$

التمرين (05-02):

أوجد الفوائد والجملة المستحقة لمبلغ 20000 دينار، أودع لمدة 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 16% سنوياً، إذا كانت:

1 - الفوائد تضاف كل سنة.
2 - الفوائد تضاف كل نصف سنة.
3 - الفوائد تضاف كل ربع سنة.
4 - الفوائد تضاف كل شهر.
5 - الفوائد تضاف كل يوم.

الحل:

❶- إذا كانت الفائدة تضاف كل سنة:

عدد مرات الإضافة خلال العشر سنوات هو: 10 × 1 = 10 مرات

معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن (السنوي) = $\frac{16\%}{1}$ = 16% سنوياً

وتكون جملة المستحقات هي:

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 20000[(1+0.16)^{10}]$$
$$S = 20000(4.4114351) \Rightarrow S = 88228.70$$

الفوائد المستحقة في نهاية مدة الإيداع

$$I= C(1+i)^{n-1}(i) = 20000[(1+0.16)^9(0.16)]=12169.48$$

ويكون معدل الفائدة السنوي الحقيقي هو نفسه معدل الفائدة الاسمي لوحدة الزمن

$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.16)^1 - 1$$
$$i_r = (1.16) - 1 \Rightarrow i_r = 0.16 \Rightarrow i_r = (16\%)$$

❷ - إذا كانت الفوائد تضاف كل نصف سنة (مرتين في العام الواحد):

عدد مرات الإضافة في عشر سنوات = 10 × 2 = 20 مرة

معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن (السداسي) = $\frac{\%16}{2}$ = %8 سداسياً

① - حساب الجملة على أساس معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن %8 سداسياً

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 20000[(1+0.08)^{20}]$$
$$S = 20000(4.6609571) \Rightarrow \mathbf{S = 93219.14}$$

وتكون مجموع الفوائد المستحقة خلال مدة الإيداع كاملة هي:

$$93219.14 - 20000 = 73219.14$$

الفوائد المستحقة في نهاية مدة الإيداع (السداسي العشرون):

$$I_{20} = C(1+i)^{20-1}(i) = 20000[(1+0.08)^{19}(0.08)] = 6905.12$$

- حساب معدل الفائدة السنوي الحقيقي:

$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.08)^2 - 1$$
$$i_r = (1.1664) - 1 \Rightarrow i_r = 0.1664 \Rightarrow i_r = (16.64\%)$$

② - حساب الجملة على أساس معدل الفائدة الحقيقي %16.64

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 20000[(1+0.1664)^{10}]$$
$$S = 20000(4.6609571) \Rightarrow \mathbf{S = 93219.14}$$

❸ - إذا كانت الفوائد تضاف كل ربع سنة، أي كل ثلاثي (أربع مرات في العام الواحد):

عدد مرات الإضافة خلال عشر سنوات = 10 × 4 = 40 مرة

معدل الفائدة الاسمي المقابل لوحدة الزمن (الثلاثي) = $\frac{\%16}{4}$ = %4 ثلاثياً

① - حساب الجملة على أساس معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن %4 ثلاثياً

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 20000[(1+0.04)^{40}]$$
$$S = 20000(4.8010206) \Rightarrow \mathbf{S = 96020.41}$$

وتكون مجموع الفوائد المستحقة خلال مدة الإيداع كاملة هي:

$$96020.41 - 20000 = 76020.41$$

الفوائد المستحقة في نهاية مدة الإيداع (السداسي العشرون):

$$I_{40} = C(1+i)^{40-1}(i) = 20000[(1+0.04)^{39}(0.04)] = 3693.09$$

- حساب معدل الفائدة السنوي الحقيقي:

$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.04)^4 - 1$$
$$i_r = (1.1699) - 1 \Rightarrow i_r = 0.1699 \Rightarrow i_r \cong (\%16.99)$$

②- حساب الجملة على أساس معدل الفائدة الحقيقي %16.99

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 20000[(1+0.1699)^{10}]$$
$$S = 20000(4.8010206) \Rightarrow \mathbf{S = 96020.41}$$

❹ - إذا كانت الفوائد تضاف كل شهر (12 مرة في العام الواحد):

عدد مرات الإضافة في عشر سنوات = 10 × 12 = 120 مرة

معدل الفائدة الاسمي المقابل لوحدة الزمن (الشهري) = $\frac{\%16}{12} = \%\frac{4}{3}$ = %1.33 شهرياً.

①- حساب الجملة على أساس معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن %1.33 شهرياً.

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 20000[(1+0.0133)^{120}]$$
$$S = 20000(4.9009409) \Rightarrow \mathbf{S = 98018.82}$$

وتكون مجموع الفوائد المستحقة خلال مدة الإيداع كاملة هي:

$$98018.82 - 20000 = 78018.82$$

الفوائد المستحقة في نهاية مدة الإيداع (في نهاية السداسي العشرون):

$$I_{120} = C(1+i)^{120-1}(i) = 20000[(1+0.0133)^{119}(0.0133)] = 1289.12$$

- حساب معدل الفائدة السنوي الحقيقي:

$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.0133)^{12} - 1$$
$$i_r = (1.17227) - 1 \Rightarrow i_r = 0.17227 \Rightarrow i_r \cong (17.23\%)$$

②- حساب الجملة على أساس معدل الفائدة الحقيقي %17.23

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 20000[(1+0.17.23)^{10}]$$
$$S = 20000(4.9009409) \Rightarrow \mathbf{S = 98018.82}$$

❺ - إذا كانت الفوائد تضاف كل يوم (أي 360 مرة في العام الواحد):

عدد مرات الإضافة في عشر سنوات = 10 × 360 = 3600 مرة

معدل الفائدة الاسمي المقابل لوحدة الزمن (اليومي) = $\frac{\%16}{360} = \%\frac{2}{45}$ = %0.044 يومياً.

①- حساب الجملة على أساس معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن %0.044 يومياً.

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 20000[(1+0.000444)^{3600}]$$
$$S = 20000(4.95127218) \Rightarrow \mathbf{S = 99025.44}$$

وتكون مجموع الفوائد المستحقة خلال مدة الإيداع كاملة هي:

$$99025.44 - 20000 = 79025.44$$

الفوائد المستحقة في نهاية مدة الإيداع (في نهاية السداسي العشرون):

$$I_{3600} = C(1+i)^{3600-1}(i) = 20000[(1+0.000444)^{3599}(0.000444)] = 43.99$$

حساب معدل الفائدة السنوي الحقيقي:

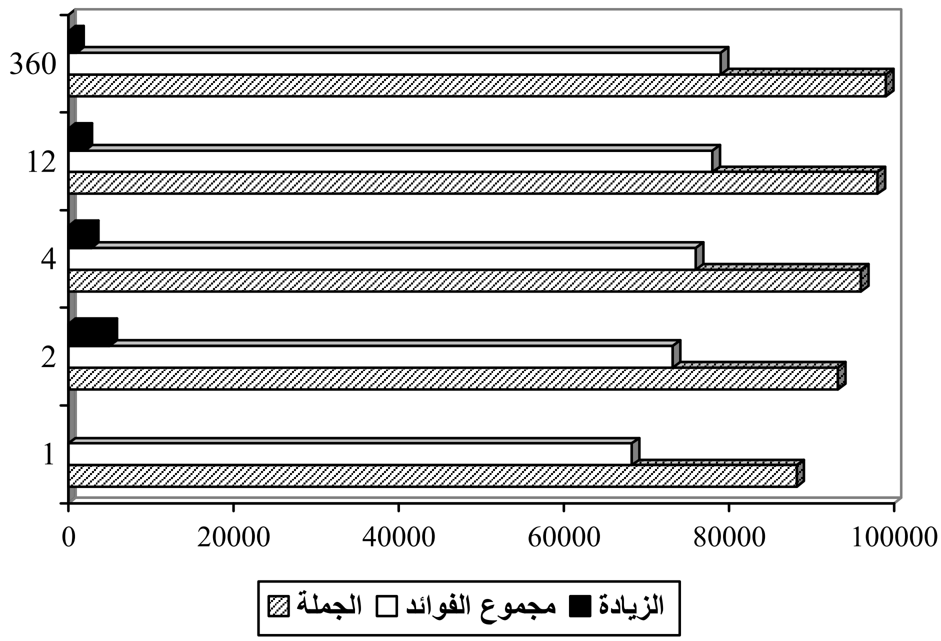
$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.0004444)^{360} - 1$$
$$i_r=(1.17347)- 1\Rightarrow i_r = 0.17347 \Rightarrow i_r \cong (17.35\%)$$

②- حساب الجملة على أساس معدل الفائدة الحقيقي 17.35%

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 20000[(1+0.17.35)^{10}]$$
$$S = 20000(4.95127218) \Rightarrow \mathbf{S = 99025.44}$$

نلاحظ أنه بزيادة عدد مرات إضافة الفوائد في الوحدة الزمنية الواحدة فإن الجملة تزداد زيادة طردية، إلا أن مقدار الزيادة يكون في تناقص مستمر وهذا ما يوضحه كل من الجدول والشكل التاليين:

إضافة الفوائد كل	عدد الإضافات	جملة المبلغ	فوائد في نهاية وحدة الزمن	الفوائد المضافة خلال مدة الإيداع	الزيادة	نسبة الزيادة
سنة	1	88228,7	12169,48	68228,7	-	-
سداسي	2	93219,14	6905,12	73219,14	4990,44	%7,31
ثلاثي	4	96020,41	3693,09	76020,41	2801,27	%3,83
شهر	12	98018,82	1289,72	78018,82	1998,41	%2,63
يوم	360	99025,44	43,99	79025,44	1006,62	%1,29



التمرين (05-03):

أراد تاجر إيداع مبلغ 50000 دينار في أحد البنوك التجارية، لمدة عشر سنوات. فإذا علمت أن البنك يحتسب له الفائدة المركبة على مرحلتين، وفقا للشروط الآتية:

المرحلة الأولى تمتد لخمس سنوات الأولى تضاف فيها الفوائد كل ثلاثي بمعدل 16% سنوياً.

المرحلة الثانية مدتها خمس سنوات أخرى تضاف فيها الفوائد على الأصل شهريا بمعدل 12% سنوياً.

المطلوب: أحسب رصيد هذا التاجر في نهاية مدة الإيداع.

الحل:

❶- حساب الجملة المركبة للمرحلة الأولى، أي لمدة خمس سنوات الأولى

عندما تضاف الفوائد كل ثلاثي، يكون عدد مرات الإضافة في السنة الواحدة هو 4 مرات

وتكون عدد مرات الإضافة في المرحلة الأولى (الخمس سنوات الأولى) هي 5×4= 20 مرة

ويكون عندئذ معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن (الثلاثي) = $\frac{16}{4}$% = 4% ثلاثياً.

①- حساب الجملة على أساس معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن 4% ثلاثياً

$$S = 50000[(1+0.04)^{20}] \Rightarrow S = 50000(2.1911231) \Rightarrow \mathbf{S = 109556.16}$$

وتكون مجموع الفوائد المستحقة له خلال مدة الإيداع كاملة هي:

$$109556.16 - 50000 = 59556.16$$

أما مجموع الفوائد المستحقة لهذا الشخص في نهاية المرحلة الأولى هي:

$$I_{20}= C(1+i)^{20-1}(i) = 50000[(1+0.04)^{19}(0.04)]=\mathbf{4213.70}$$

وفي المقابل يمكن حساب معدل الفائدة السنوي الحقيقي:

$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.04)^4 - 1 \Rightarrow i_r = 0.16985 \Rightarrow i_r \cong (16.99\%)$$

②- وبالتالي يمكن أيضاً حساب الجملة على أساس معدل الفائدة الحقيقي 16.99%

$$S = 50000[(1+0.1699)^5] \Rightarrow S = 50000(2.1911231) = \mathbf{109556.16}$$

❷- نستخدم جملة نهاية المرحلة الأولى كأصل في المرحلة الثانية لمدة 5 سنوات التالية.

ولأن الفوائد في هذه المرحلة تضاف كل شهر، فإن عدد مرات الإضافة في السنة هو12 مرة.

ومنه فإن عدد مرات الإضافة خلال مدة 5 سنوات، هي: 5 × 12 = 60 مرة

وبالتالي يكون معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن (شهري) = $\frac{12}{12}$% = 1% شهرياً.

①- حساب الجملة على أساس معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن 1% شهرياً

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 109556.16[(1+0.01)^{60}]$$
$$S = 109556.16(1.81669669) \Rightarrow \mathbf{S = 199030.31}$$

وتكون مجموع الفوائد المستحقة له خلال مدة الإيداع للمرحلة الثانية كاملة هي:

$$199030.31 - 109556.16 = 89474.15$$

مجموع الفوائد المستحقة للشخص في نهاية المرحلة الثانية هي:

$$I_{60}= C(1+i)^{60-1}(i) = 50000[(1+0.01)^{19}(0.01)]=\mathbf{1970.60}$$

ويكون معدل الفائدة السنوي الحقيقي في هذه الحالة:

$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.01)^{12} - 1$$
$$i_r = (1.1268)- 1\Rightarrow i_r = 0.1268 \Rightarrow i_r \cong (12.68\%)$$

②- حساب الجملة على أساس معدل الفائدة الحقيقي 16.99%

$$S=C(1+i)^n \Rightarrow S = 109556.16[(1+0.1268)^5]$$
$$S = 109556.16(1.81669669) \Rightarrow S = \mathbf{199030.31}$$

سيكون رصيد هذا الشخص في نهاية مدة الإيداع كاملة

أي بعد 10 سنوات يبلغ رصيد هذا الشخص **199030.31** دينار.

ويمكن حساب هذا الرصيد من خلال جملة المرحلة الثانية والبالغة **199030.31** دينار

التمرين (05-04):

بتاريخ 13 مارس 2005 أودع تاجر في حسابه البنكي مبلغ 30000 دينار بمعدل فائدة مركبة 8% سنوياَ، على أن تضاف له الفوائد إلى حسابه كل ثلاثي.

المطلوب: حساب رصيد هذا التاجر في نهاية سنة 2013

الحل:

- حساب مدة الإيداع: من 13 مارس 2005 إلى نهاية سنة 2013

يتم تقسيم المدة ككل إلى فترات:

من 13 مارس 2005 إلى نهاية سنة 2005 والمدة هي 9 شهور و18 يوماً

ثم من بداية سنة 2006 إلى نهاية 2013 المدة هي 8 سنوات.

وعليه، فإجمالي مدة الإيداع كاملة هي 8 سنوات و9 شهور و18يوما

الطريقة الأولى: حساب الجملة لمدة الإيداع كاملة

في هذه الحالة يجب تحويل مدة الإيداع كاملة إلى سنوات

8 سنوات = 8 سنوات، أما 9 شهور فهي تساوي $\frac{9}{12} = 0.75$ سنة. أما 18 أيام فهي $\frac{18}{360} = 0.05$ سنة مما يعني أن مدة الإيداع = **8.80** سنة.

عندما تضاف الفوائد كل ثلاثي، يكون عدد مرات الإضافة في السنة الواحدة هو 4 مرات

وتكون عدد مرات الإضافة خلال مدة الإيداع كاملة هي $8.8 \times 4 = 35.2$ مرة

معدل الفائدة المقابل لوحدة الزمن (الثلاثي) = $\frac{8}{4}\% = 2\%$ ثلاثيا

وبتطبيق قانون الجملة المركبة من 13 مارس إلى نهاية سنة 2013

$$S = 30000[(1+0.02)^{35.2}] \Rightarrow S = 30000(2.007825872) \Rightarrow S = \mathbf{60234.78}$$

∴ سيكون رصيد هذا التاجر في نهاية سنة 2013 يساوي **60234.78** دينار.

الطريقة الثانية: حساب الجملة لمدة الإيداع ولكن مجزأة على مراحل

في هذه الحالة يجب حساب الجملة لكل مرحلة منفصلة

❶- حساب الجملة للمرحلة الأولى ومدتها 18 يوم (من 13 مارس إلى 31 مارس 2005)

يمكن التعبير عن مدة 18 يوم المتبقية من شهر مارس 2005 كنسبة من الشهر كما يلي:

$\frac{18}{30}=0.6$ شهر فإذا كانت الفوائد تضاف كل ثلاث شهور، فإن عدد مرات الإضافة خلال هذه المدة هي $\frac{0.6}{3}= 0.2$ مرة ويكون أصل المبلغ الذي على أساسه تحتسب الفوائد هو المبلغ المودع في 13 مارس 2005، وعليه فإن قيمة الجملة في نهاية المرحلة الأولى هي:

$$S_1 = 30000[(1+0.02)^{0.2}] \Rightarrow S_1 = 30000(1.00396837) \Rightarrow S_1 = \mathbf{30119.05}$$

∴ سيكون رصيد هذا التاجر في نهاية شهر مارس سنة 2005 يساوي **30119.05** دينار.

وهذا الرصيد سيكون هو أصل المبلغ الذي تحتسب على أساسه الفوائد في المرحلة الثانية

❷- حساب الجملة للمرحلة الثانية ومدتها 9 شهور (من 01 أفريل إلى 31 ديسمبر 2005)

- المدة المتبقية من الإيداع هي 9 شهور من سنة 2005 ويكون عدد مرات الإضافة خلال هذه المدة هي $\frac{9}{3} = 3$ بينما يكون أصل المبلغ هو رصيد هذا التاجر في نهاية المرحلة الأولى وقيمته **30119.05** دينار. وعليه، فإن قيمة الجملة في نهاية المرحلة الثانية هي:

$$S_2 = 30119.05[(1+0.02)^{3}] \Rightarrow S_2 = 30119.05(1.061208) \Rightarrow S_2 = \mathbf{31962.58}$$

∴ سيكون رصيد هذا التاجر في نهاية سنة 2005 يساوي **31962.58** دينار.

وهذا الرصيد هو الآخر سيكون أصل المبلغ المتراكم والذي تحتسب على أساسه الفوائد في المرحلة الثالثة

❸- حساب الجملة للمرحلة الثالثة ومدتها 8 سنوات (من بداية 2006 إلى نهاية سنة 2013)

يكون عدد مرات الإضافة خلال مدة 8 سنوات هي $4x8 = 32$مرة

بينما يكون أصل المبلغ هو رصيد هذا التاجر في نهاية المرحلة الثانية، أي **31962.58** دينار

وبالتالي، فإن قيمة الجملة في نهاية المرحلة الثالثة هي:

$$S=C(1+i)^{n} \Rightarrow S = 31962.58[(1+0.02)^{32}]$$
$$S = 31962.58(1.8845406) \Rightarrow S = \mathbf{60234.78}$$

∴ سيكون رصيد هذا التاجر في نهاية سنة 2013 يساوي **60234.78** دينار.

وهو نفس الرصيد الذي تحصلنا عليه بالطريقة الأولى

الطريقة الثالثة: حساب الجملة لمدة الإيداع وهي مجزأة أيضا ولكن بمراحل أخرى مختلفة

❶- **حساب الجملة للمرحلة الأولى:** من تاريخ 13 مارس 2005 إلى غاية 13 مارس 2013

والتي تعني 8 سنوات، وتكون الجملة في نهاية هذه المرحلة (تضاف فيها الفوائد 32 مرة) هي:

$$S = 30000[(1+0.02)^{32}] \Rightarrow S = 30000(1.8845406) \Rightarrow S = \mathbf{56536.22}$$

❷- **حساب الجملة للمرحلة الثانية:** من تاريخ 13 مارس 2013 إلى غاية 13 ديسمبر2013

والتي تعادل 9 شهور، وتكون الجملة في نهاية هذه المرحلة (تضاف فيها الفوائد 3 مرات) هي:

$$S = 56536.22[(1+0.02)^{3}] \Rightarrow S = 56536.22(1.061208) \Rightarrow S = \mathbf{59996.69}$$

❸- **حساب الجملة للمرحلة الثالثة:** من تاريخ 13 ديسمبر 2013 إلى غاية 31 ديسمبر 2013

والتي تعني 18 يوم، وتكون الجملة في نهاية هذه المرحلة هي:

$$S = 59996.69[(1+0.02)^{0.2}] \Rightarrow S = 59996.69(1.00396837) \Rightarrow S = \mathbf{60234.78}$$

وهو نفس الرصيد أيضا الذي تحصلنا عليه بالطريقتين السابقتين

التمرين 05-05:

ما هو المعدل الحقيقى السنوى، إذا كانت الفوائد تضاف للأصل كل ربع سنة بمعدل فائدة مركبة 12% سنويا؟

التمرين 05-06

أودع تاجر مبلغ 100000 دينار لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة قدرها11% سنوياً، فماهو مجموع ما يتحصل عليه في نهاية المدة على أساس أن الفوائد تحتسب له:

1. بمعدل فائدة بسيطة
2. بمعدل فائدة مركبة

التمرين 05-07

أودع أحد الأشخاص في حسابه لدى الصندوق الوطني للتوفير والاحتياط CNEP مبلغ 120000 دينار، بمعدل فائدة مركبة 8% سنويا.

- أحسب الرصيد الذي يتحصل عليه بعد 10 سنوات من الآن؟
- وما مجموع الفوائد التي يمنحها له الصندوق؟

التمرين 05-08

أوجد جملة مبلغ 80000 دينار أودع لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة مركبة 12% في كل حالة من الحالات التالية:

1 - الفوائد تضاف كل نصف سنة.

2 - الفوائد تضاف كل ثلاثي.

التمرين 05-09

إذا كان البنك يمنحك فوائد مركبة لحسابك كل شهر بمعدل فائدة 6% سنويا فما هو المعدل الحقيقي الذي تحتسب به الفوائد إذا كنت قد اودعت بالبنك مبلغ 10000 دينار لمدة سنة وماهي قيمة هذه الفوائد السنوية؟.

التمرين 05-10

إستثمر شخص مبلغ ما لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة مركبة تضاف إلى رصيده كل ربع سنة، فاذا علمت أنه قد تحصل في نهاية السنة الثالثة من الاستثمار على مبلغ 25000 دينار.

المطلوب: أوجد أصل المبلغ المستثمر.

التمرين 05-11

أودع شخص في حسابه البنكي المبالغ التالية:

- المبلغ الأول وقيمته 20000 دينار، تضاف الفوائد على الأصل كل سداسي.
- ثم وبعد سنة أودع المبلغ الثاني وقيمته 30000 دينار، تضاف الفوائد كل ثلاثي.
- وبعد ثلاث سنوات من إيداع المبلغ الأول، قرر هذا الشخص أن يودع مبلغ ثالث قيمته 50000 دينار، تضاف الفوائد شهريا.

المطلوب: ماهو رصيد هذه الشخص بعد نهاية السنة السادسة من تاريخ إيداع المبلغ الأول. إذا علمت أن البنك يحتسب له فوائد مركبة بمعدل فائدة 12% سنوياً.

الفصل السادس

6

قانون الجملة

قانون الجملة

6-1- جملة عدة مبالغ

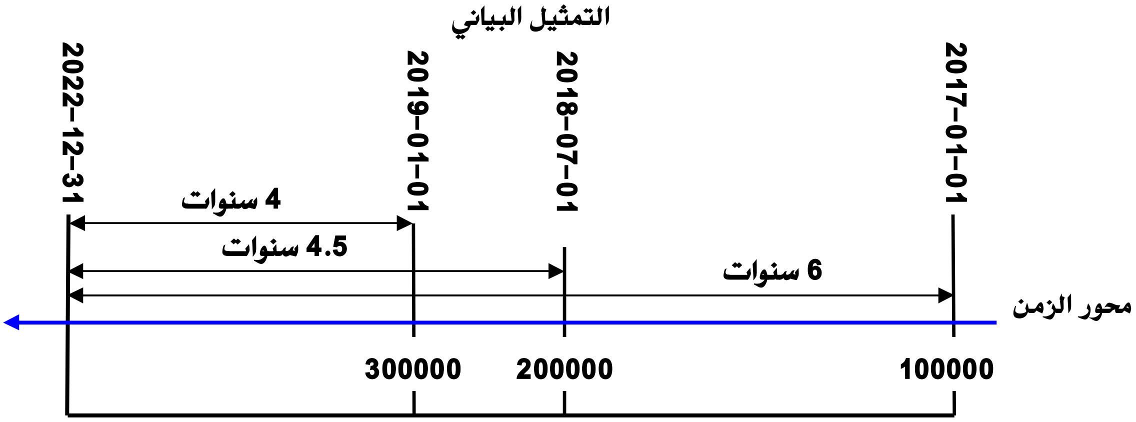
جملة عدة مبالغ غير متساوية وتستحق على فترات زمنية غير منتظمة، قد تكون لها معدلات فائدة متساوية أو مختلفة، هي عبارة عن حاصل جمع جملة هذه المبالغ كل على حده.

$$S = \sum_{j=1} C_j (1+i_j)^{n\ j}$$

مثال 06-01: في يوم 2017/01/01 اقترض تاجر من البنك مبلغ 100000 دينار، ثم في 2018/07/01 اقترض مبلغ 200000 دينار، وأخيرا مبلغ 300000 دينار بتاريخ 2019/01/01، فإذا علمت أن البنك يحتسب عليه فوائد مركبة بمعدل 6% سنوياً.

المطلوب: حساب جملة المبلغ الذي سيدفعه هذا التاجر للبنك بتاريخ 2022/12/31.

الحل:



❶- حساب مدة الاقتراض بالنسبة لكل مبلغ:

مدة اقتراض المبلغ الأول: من 1 جانفي 2017 إلى نهاية سنة 2022 = 6 سنوات؛

مدة اقتراض المبلغ الثاني: من 1 جويلية 2018 إلى نهاية سنة 2022 = 4 سنوات ونصف؛

مدة اقتراض المبلغ الثالث: من بداية سنة 2019 إلى نهاية سنة 2022 = 4 سنوات.

❷- حساب الجملة لكل مبلغ

$$S = \sum_{j=1}^{3} C_j (1+0.06)^{n}{}_{j}$$

- جملة المبلغ الأول: $S_1 = 100000\,(1+0.06)^6 = 100000\,(1.418519) \Rightarrow S_1 = 141851.91$

- جملة المبلغ الثاني: $S_2 = 200000(1+0.06)^{4.5} = 200000(1.2997996) \Rightarrow S_2 = 259959.92$

- جملة المبلغ الثالث: $S_3 = 300000(1+0.06)^4 = 300000(1.26247696) \Rightarrow S_3 = 378743.09$

❸- مجموع جملة المبالغ الثلاثة هي:

$$\sum S = \sum_{j=1}^{3} S_j = \sum_{j=1}^{3} C_j (1+0.06)^{n_j} = 141851.91 + 259959.92 + 378743.09 = 780554.92$$

إذن جملة المبلغ الذي سيدفعه هذا التاجر للبنك في نهاية سنة 2022 هي 780554.92 دينار.

6-2- جملة الدفعات المتساوية

6-2-1- جملة الدفعات العادية

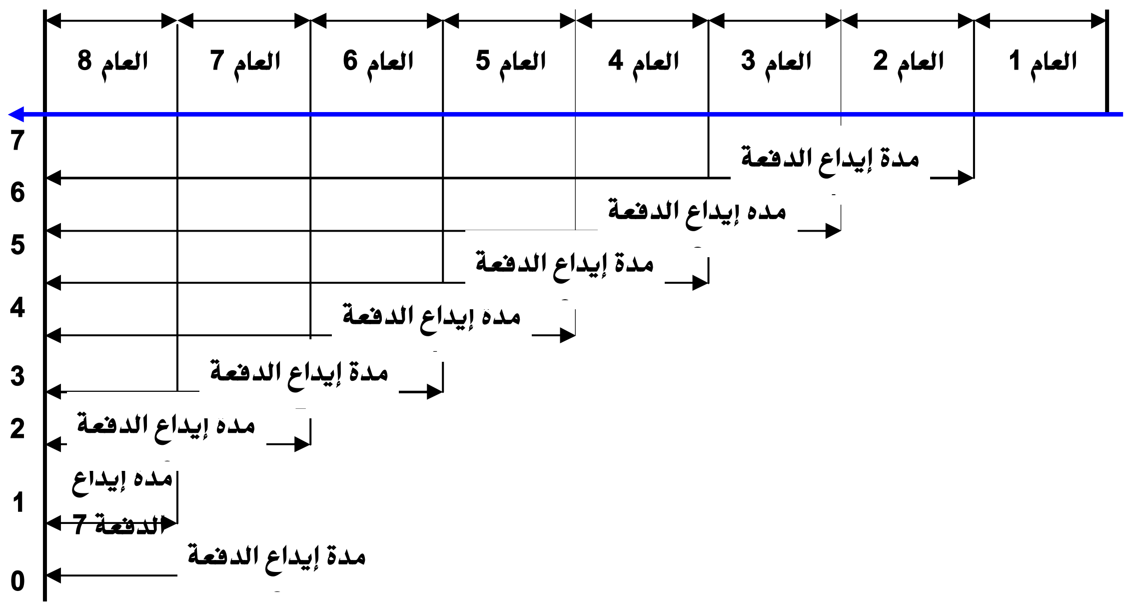
الدفعات العادية هي التي تدفع في آخر كل فترة زمنية وبشكل دوري ومنتظم وتكون قيمة جملة هذه الدفعات تساوي مجموع جملة كل دفعة من هذه الدفعات عند تاريخ دفع آخر دفعة.

مثال 02-06: من أجل تسديد قيمة عقار قرر شخص إيداع مبلغ 150000 دينار في نهاية كل سنة، ولمدة 8 سنوات بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا.

المطلوب: احسب قيمة هذا العقار.

الحل:

التمثيل البياني



يمكن تمثيل ذلك في الجدول التالي:

الدفعات	مدة الإيداع	الجملة
الدفعة الأولى	(8-1) = 7	$S_1 = 150000(1+0.1)^{8-1}$
الدفعة الثانية	(8-2) = 6	$S_2 = 150000(1+0.1)^{8-2}$
الدفعة الثالثة	(8-3) = 5	$S_3 = 150000(1+0.1)^{8-3}$
الدفعة الرابعة	(8-4) = 4	$S_4 = 150000(1+0.1)^{8-4}$
الدفعة الخامسة	(8-5) = 3	$S_5 = 150000(1+0.1)^{8-5}$
الدفعة السادسة	(8-6) = 2	$S_6 = 150000(1+0.1)^{8-6}$
الدفعة السابعة	(8-7) = 1	$S_7 = 150000(1+0.1)^{8-7}$
الدفعة الثامنة	(8-8) = 0	$S_8 = 150000(1+0.1)^{8-8}$

$$S_n = \sum_{j=1}^{m} S_j = 150000(1+0.1)^0 + 150000(1+0.1)^1 150000(1+0.1)^2$$
$$+150000(1+0.1)^3 + 150000(1+0.1)^4 + 150000(1+0.1)^5$$
$$+ 150000(1+0.1)^6 + 150000(1+0.1)^7$$

بملاحظة عناصر هذه الجملة انطلاقا من جملة آخر دفعة نجد أنها على شكل متتالية هندسية متزايدة، حدها الأول C=150000 وأساسها (1+0.1) = (1+i) وعدد حدودها n=8 فإذا كان قانون مجموع حدود المتتالية الهندسية S أساسها هو r عدد حدودها n وحدها الأول U_1، هو على الشكل:

$$S = U_1 . \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

فإن جملة مجموع الدفعات S هو: $S = C . \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

$$S = 150000 . \frac{(1+0.1)^8 - 1}{0.1} = 171538.22$$

$$S = \sum_{j=1}^{m} S_j = 150000(1) + 150000(1.1) + 150000(1.21) + 150000(1.331)$$
$$+150000(1.4641) + 150000(1.61051) + 150000(1.771561)$$
$$+150000(1.9487171)$$
$$S = \sum_{j=1}^{m} S_j = 1715383.22$$

6-2-2- جملة الدفعات الفورية

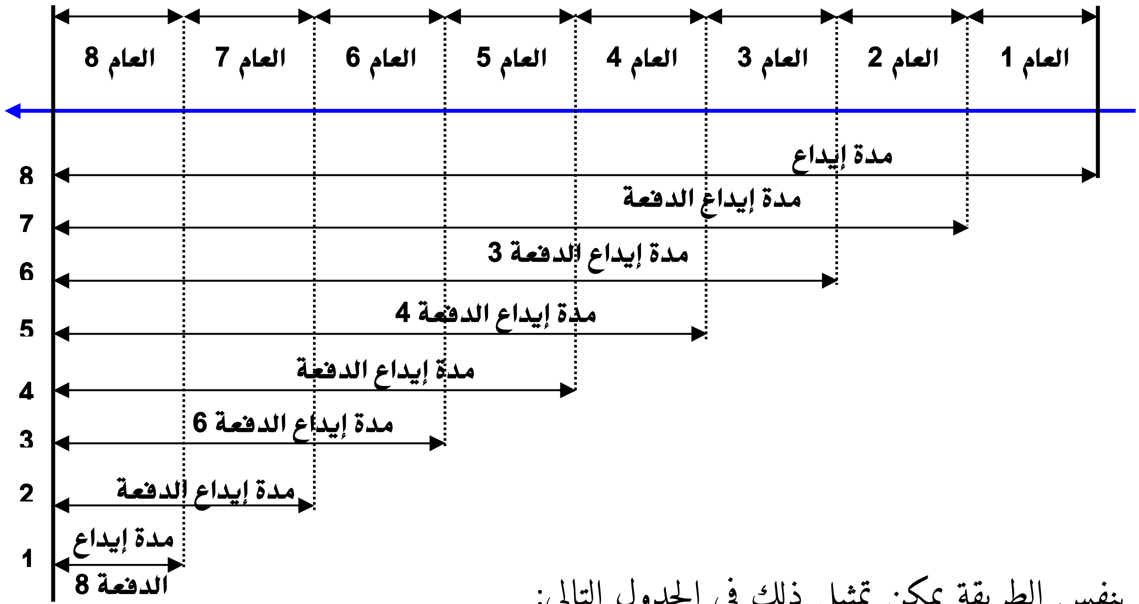
الدفعات الفورية هي مبالغ تودع دوريا في بداية كل فترة زمنية، تكون فيها مدة أول دفعة في بداية الفترة الزمنية، أما مدة آخر دفعة تكون قبل نهاية مدة الإيداع بفترة زمنية واحدة.

مثال 03-06: بالرجوع للمثال السابق، وعلى افتراض أن هذا الشخص يودع مبلغ 150000 دينار في بداية كل سنة ولمدة 8 سنوات، بنفس معدل الفائدة المركبة السنوي.

المطلوب: ما هي قيمة هذا العقار في مثل هذه الحالة.

الحل:

التمثيل البياني



بنفس الطريقة يمكن تمثيل ذلك في الجدول التالي:

الدفعات	مدة الإيداع	الجملة
الدفعة الأولى	$(8-0) = 8$	$S'_1 = 150000(1+0.1)^{8-0}$
الدفعة الثانية	$(8-1) = 7$	$S'_2 = 150000(1+0.1)^{8-1}$
الدفعة الثالثة	$(8-2) = 6$	$S'_3 = 150000(1+0.1)^{8-2}$
الدفعة الرابعة	$(8-3) = 5$	$S'_4 = 150000(1+0.1)^{8-3}$
الدفعة الخامسة	$(8-4) = 4$	$S'_5 = 150000(1+0.1)^{8-4}$
الدفعة السادسة	$(8-5) = 3$	$S'_6 = 150000(1+0.1)^{8-5}$
الدفعة السابعة	$(8-6) = 2$	$S'_7 = 150000(1+0.1)^{8-6}$
الدفعة الثامنة	$(8-7) = 1$	$S'_8 = 150000(1+0.1)^{8-7}$

$$S'_n=\sum_{j=1}^{m} S'_j = 150000(1+0.1)^1 + 150000(1+0.1)^2$$
$$+150000(1+0.1)^3+150000(1+0.1)^4+150000(1+0.1)^5$$
$$+150000(1+0.1)^6+150000(1+0.1)^7+150000(1+0.1)^8$$

بملاحظة هذه العناصر انطلاقا من جملة آخر دفعة، فإنها عبارة عن متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $C(1+i)=150000(1+0.1)$ وأساسها $(1+0.1)=(1+i)$ بينما عدد حدودها $n=8$ بتطبيق قانون مجموع حدود المتتالية الهندسية، فإن جملة مجموع الدفعات الفورية S' هو:

$$S'_n = C(1+i).\frac{(1+i)^n-1}{(1+i)-1} \Rightarrow S'_n = C(1+i).\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$S'_n = 150000(1.1).\frac{(1+0.1)^8-1}{0.1} = 1886921.54$$

$$S'_n=\sum_{j=1}^{m} S'_j = 150000(1.1)+150000(1.21)$$
$$+150000(1.331)+150000(1.4641)+150000(1.61051)$$
$$+150000(1.771561)+150000(1.9487171)+150000(2.14358881)$$
$$S'_n=\sum_{j=1}^{m} S_j = 1886921.54$$

وبمقارنة قانون جملة الدفعات العادية (S_n) بقانون جملة الدفعات الفورية (S'_n) يتضح أنه:

$$S'_n = C(1+i).\frac{(1+i)^n-1}{i} \Rightarrow S'_n = (1+i)C.\frac{(1+i)^n-1}{i} \Rightarrow S'_n = (1+i)S_n$$

تعني هذه العلاقة أن جملة الدفعات الفورية (S'_n) هي جملة الدفعات العادية (S_n) بفترة زمنية واحدة لأن مدة الدفعات الفورية تزيد في زمنها عن مدة الدفعات العادية بفترة زمنية واحدة.

وبتطبيق هذه العلاقة على المثال السابق يمكن أن نجد جملة الدفعات الفورية، كما يلي:

$$S'_n = (1+i)S_n \Rightarrow S'_n = (1+0.1)(1715383.22) = 1886921.54$$

مثال 06-04:

قرر أحد الأشخاص أن يودع بحسابه المصرفي في بداية كل سنة مبلغ 20000 دينار ولمدة 8 سنوات. فإذا علمت أن البنك يمنحه فوائد مركبة بمعدل فائدة 10% سنوياً. فما هو رصيد هذا الشخص بعد 10 سنوات من بداية إيداع أول دفعة. ثم استنتج رصيد هذا الشخص في حالة كون هذه الدفعات عادية.

الحل:

نلاحظ أن مدة الإيداع 8 سنوات اقل من المدة التي يحتسب على أساسها الرصيد 10 سنوات

الدفعات	مدة الإيداع	الجملة
الدفعة الأولى	(10-0) = 10	$S'_1 = 20000(1+0.1)^{10-0} = 51874,85$
الدفعة الثانية	(10-1) = 9	$S'_2 = 20000(1+0.1)^{10-1} = 47158,95$
الدفعة الثالثة	(10-2) = 8	$S'_3 = 20000(1+0.1)^{10-2} = 42871,78$
الدفعة الرابعة	(10-3) = 7	$S'_4 = 20000(1+0.1)^{10-3} = 38974,34$
الدفعة الخامسة	(10-4) = 6	$S'_5 = 20000(1+0.1)^{10-4} = 35431,22$
الدفعة السادسة	(10-5) = 5	$S'_6 = 20000(1+0.1)^{10-5} = 32210,20$
الدفعة السابعة	(10-6) = 4	$S'_7 = 20000(1+0.1)^{10-6} = 29282,00$
الدفعة الثامنة	(10-7) = 3	$S'_8 = 20000(1+0.1)^{10-7} = 26620,00$
الرصيد أو مجموع الدفعات		304423,34

وعليه فإن عناصر هذه الجملة تشكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول هو:

$C(1+i)^3=20000(1+0.1)^3$ أساسها: $(1+i) = (1+0.1)$ عدد حدودها $n = 8$

بتطبيق قانون مجموع حدود المتتالية الهندسية $S = U_1.\dfrac{r^n - 1}{r-1}$

فإن جملة مجموع الدفعات الفورية S' هو: $S' = C(1+i)^3.\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$

$$S' = 20000(1.1)^3.\frac{(1+0.1)^8 - 1}{0.1} = 304423.34$$

من خلال العلاقة نستنتج وان رصيد هذا الشخص في حالة كون الدفعات عادية:

$$S'_n = (1+i)S_n \Rightarrow S_n = \frac{S'_n}{(1+i)} = \frac{304423.34}{1.1} = 276748.49$$

وللتأكد من النتيجة ننطلق من قانون مجموع الدفعات العادية وعلى اعتبار أن الحد الأول هو $20000(1.1)^2$ فإن جملة الدفعات في حالة كونها عادية وليست فورية هي:

$$S = C.\frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow S = 20000(1.1)^2.\frac{(1+0.1)^8 - 1}{0.1} = 276748.49$$

تمارين

التمرين (06-01):

بتاريخ 30 جوان 2018 أودعت مؤسسة ما في حسابها البنكي المبالغ التالية:

- الأول 70000 دينار، تضاف الفوائد على الأصل كل نصف سنة.
- الثاني 80000 دينار، تضاف الفوائد كل ثلاثي.
- الثالث 100000 دينار، تضاف الفوائد شهريا.

المطلوب: ما رصيد هذه المؤسسة في نهاية سنة 2023. إذا معدل الفائدة المركبة 12% سنوياً.

الحل:

- حساب مدة الإيداع: من 01 جويلية 2018 إلى نهاية سنة 2023

المرحلة الأولى: من 01 جويلية 2018 إلى نهاية سنة 2018 = 6 شهور؛

المرحلة الثانية: من بداية سنة 2019 إلى نهاية سنة 2023 = 5 سنوات؛

وعليه تكون إجمالي مدة الإيداع = 5 سنوات و6 شهور؛ أي 5.5 سنة.

- حساب الجملة لكل مبلغ

❶- حساب جملة المبلغ الأول:

أصل المبلغ 70000 دينار، تضاف الفوائد كل نصف سنة. أي مرتين 2 في العام الواحد

وبالتالي عدد مرات الإضافة خلال مدة 5.5 سنة هي2x5.5 = 11 مرة

①- معدل الفائدة المقابل= $\frac{\%12}{2}$ = 6% سداسياً، وعليه فإن الجملة على أساس هذا المعدل:

$$S_1=C(1+i)^n \Rightarrow S_1 = 70000[(1+0.06)^{11}]$$
$$S_1 = 70000(1.89829856) \Rightarrow S_1 = \mathbf{132880.90}$$

وتكون قيمة الفوائد المستحقة هي 132288.90 – 70000 = **62880.90** دينار

②- أو تكون الجملة على أساس معدل الفائدة السنوي الحقيقي في هذه الحالة:

$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.06)^2 - 1$$
$$i_r = (1.1236)- 1 \Rightarrow i_r = 0.1236 \Rightarrow i_r \cong (12.36\%)$$
$$S_1 = 70000[(1+0.1236)^{5.5}] = \mathbf{132880.90}$$

❷ - حساب جملة المبلغ الثاني:

الثاني 80000 دينار، تضاف الفوائد كل ثلاثي؛ أي أربع (4) مرات في السنة الواحدة.

وبالتالي عدد مرات الإضافة خلال مدة 5.5 سنة هي4x5.5 = 22 مرة

①- معدل الفائدة المقابل = $\frac{\%12}{4}$= 3% ثلاثيًا، وعليه فإن الجملة على أساس هذا المعدل:

$$S_2=C(1+i)^n \Rightarrow S_2 = 80000[(1+0.03)^{22}]$$
$$S_2 = 80000(1.91610341) \Rightarrow S_2 = \mathbf{153288.27}$$

وتكون قيمة الفوائد المستحقة هي 153288.27 – 80000 = **73288.27** دينار

②- أو تكون الجملة على أساس معدل الفائدة السنوي الحقيقي في هذه الحالة:

$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.03)^4 - 1$$
$$i_r = (1.1255)- 1\Rightarrow i_r = 0.1255 \Rightarrow i_r \cong (12.55\%)$$
$$S_2 = 80000[(1+0.1255)^{5.5}] \Rightarrow S_2 = \mathbf{153288.27}$$

❸- حساب جملة المبلغ الثالث:

الثاني 100000 دينار، تضاف الفوائد كل شهر؛ أي أربع (12) مرة في السنة الواحدة.

وبالتالي عدد مرات الإضافة خلال مدة 5.5 سنة هي12x5.5 = 66 مرة

①- معدل الفائدة المقابل = $\frac{\%12}{12}$=1% شهريًا، وعليه فإن الجملة على أساس هذا المعدل:

$$S_3=C(1+i)^n \Rightarrow S_3 = 100000[(1+0.01)^{66}]$$
$$S_3 = 100000(1.92846015) \Rightarrow S_3 = \mathbf{192846.02}$$

وتكون قيمة الفوائد المستحقة هي 192846.02 – 100000= **92846.02** دينار

②- أو تكون الجملة على أساس معدل الفائدة السنوي الحقيقي في هذه الحالة:

$$i_r = (1+i)^n - 1 \Rightarrow i_r = (1+0.01)^{12} - 1\Rightarrow i_r = 0.1268 \Rightarrow i_r \cong (12.68\%)$$
$$S_3 = 100000[(1+0.1268)^{5.5}] \Rightarrow S_3 = \mathbf{192846.02}$$

- ومنه، فإن رصيد هذه المؤسسة في نهاية سنة 2022. هو جملة المبالغ الثلاثة:

الرصيد = 132880.90 + 153288.27 + 192846.02 = **479015.19** دينار

- حساب مجموع الفوائد المستحقة:

مجموع الفوائد المستحقة = **62880.90 + 73288.27 + 92846.02 = 229015.19** دينار

أو أن مجموع الفوائد المستحقة = رصيد أخر مدة – المبلغ المودع أول مدة

مجموع الفوائد المستحقة = 479015.19 – 250000 = 229015.19 دينار

التمرين (06-02):

تودع مؤسسة في نهاية كل سداسي مبلغ 60000 دينار في حسابها البنكي لمدة ثماني سنوات متتالية، فما جملة ما ترسمل لهذه المؤسسة في حسابها البنكي في نهاية مدة الإيداع إذا كان البنك يمنح هذه المؤسسة فوائد مركبة بمعدل 12% سنويا؟

الحل:

إذا كانت المؤسسة تودع كل سداسي، فإن تودع في السنة الواحدة مرتين، وعليه يكون عدد الدفعات خلال المدة الإجمالية للإيداع هو = 8 x 2 = 16 دفعة عادية.

- معدل الفائدة المقابل لكل سداسي = $\frac{12}{2}\%=6\%$ سداسياً

- بتطبيق قانون جملة الدفعات العادية $S = C.\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

$$S = 60000.\frac{(1+0.06)^{16} - 1}{0.06} = 1540351.68$$

إذن ما ترسمل لهذه المؤسسة في حسابها البنكي في نهاية مدة الإيداع 1540351.68 دينار

التمرين (06-03):

يودع أحد الأشخاص في بداية كل ثلاثة أشهر مبلغ 10000 دينار في حسابه المصرفي ولمدة 5 سنوات فإذا علمت بأن البنك يمنحه فوائد مركبة كل سداسي وكان معدل الفائدة هو 8% سنوياً، فما المبلغ الذي تجمع أو ترسمل لهذا الشخص في نهاية المدة.

الحل:

إذا كان الإيداع يتم كل ثلاثي، فإن عدد الدفعات خلال مدة الإيداع (5 سنوات) = 4 x 5 = 20 دفعة فورية

- معدل الفائدة الاسمي المقابل لكل ثلاثي = $\frac{8}{4}\% = 2\%$ ثلاثياً.

- وبتطبيق قانون جملة الدفعات الفورية، فإن:

$$S' = C(1+i)x\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

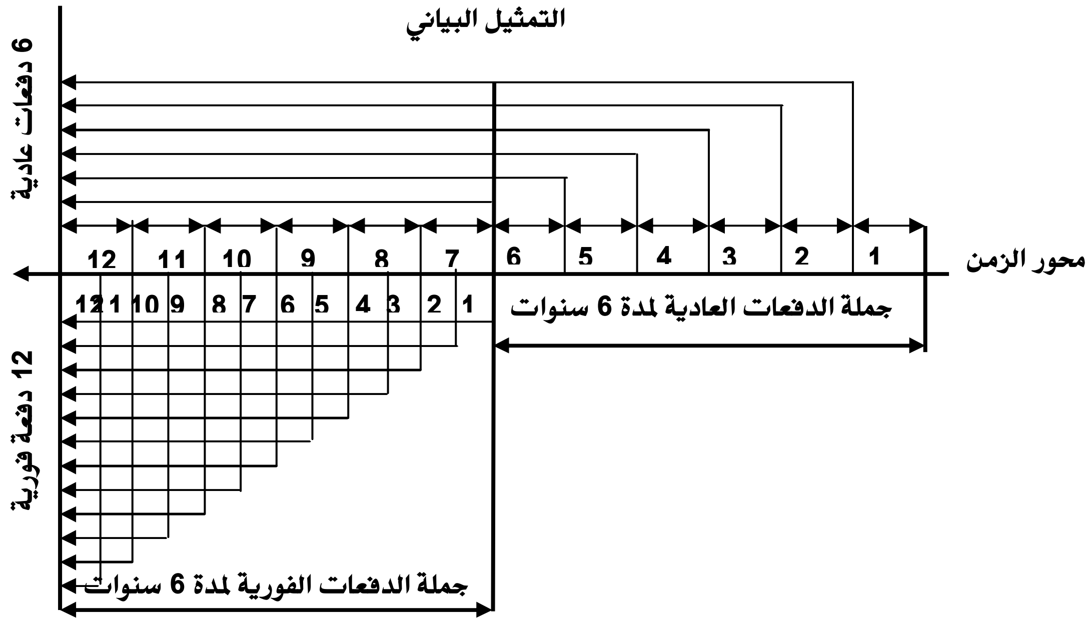
$$S' = 10000(1.02).\frac{(1+0.02)^{20} - 1}{0.02} = 247833.17$$

التمرين (06-04):

قررت إحدى المؤسسات أن تودع في نهاية كل سنة مبلغ 10000 دينار من أرباحها السنوية في حسابها البنكي، وبعد أن أودعت الدفعة السادسة، اتفقت مع البنك بأن تودع في بداية كل سداسي مبلغ 5000 دينار ولمدة 6 سنوات.

المطلوب: أحسب جملة ما ترسمل لهذه المؤسسة في نهاية مدة الإيداع إذا كان البنك يحتسب لها فوائد بمعدل فائدة مركبة 8% سنوياً،

الحل:



أ- حساب جملة الدفعات العادية (6 دفعات سنوية) ولمدة 12 سنة

الجملة	مدة الإيداع	الدفعات
$S_1 = 10000(1+0.08)^{12-1}$	(12-1) = 11	الدفعة الأولى
$S_2 = 10000(1+0.08)^{12-2}$	(12-2) = 10	الدفعة الثانية
$S_3 = 10000(1+0.08)^{12-3}$	(12-3) = 9	الدفعة الثالثة
$S_4 = 10000(1+0.08)^{12-4}$	(12-4) = 8	الدفعة الرابعة
$S_5 = 10000(1+0.08)^{12-5}$	(12-5) = 7	الدفعة الخامسة
$S_6 = 10000(1+0.08)^{12-6}$	(12-6) = 6	الدفعة السادسة

بملاحظة هذه الدفعات وانطلاقا من آخر دفعة نجد أنها على شكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $10000(1+0.08)^6$ وأساسها $(1+0.08) = (1+i)$ وعدد حدودها $n = 6$ بناء على قانون مجموع حدود المتتالية الهندسية، فإن:

$$S = U_1.\frac{r^n - 1}{r - 1} \Rightarrow S_n = C.\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$S = 10000(1+0.08)^6.\frac{(1+0.08)^6 - 1}{0.08} = 116411.97$$

أو

- حساب جملة الدفعات العادية (6 دفعات سنوية) ولكن لمدة 6 سنوات ثم الجملة المستحقة على جملة هذه الدفعات للمدة المتبقية، 6 سنوات.

- جملة الدفعات في نهاية 6 سنوات الأولى:

$$S_n = 10000.\frac{(1+0.08)^6 - 1}{0.08} = 73359.29$$

- الجملة عند نهاية 6 سنوات الثانية:

$$S = 73359.29[(1+0.08)^6] \Rightarrow S = 116411.97$$

ب- حساب جملة الدفعات الفورية (12 دفعة)

يجب تحويل معدل الفائدة السنوي إلى معدل فائدة لكل سداسي = 8%÷2 =4% سداسياً

حسب قانون جملة الدفعات الفورية $S'_n = C(1+i).\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

فإن الجملة هي:

$$S'_n = 5000(1.04).\frac{(1+0.04)^{12} - 1}{0.04} = 78134.19$$

ج- جملة ما ترسمل للمؤسسة في نهاية المدة هي ما ترسمل لها من دفعات عادية ومن دفعات فورية معا، أي أن الرصيد = 116411.97 + 78134.19 = 194546.16 دينار

التمرين (06-05):

استثمر تاجر مبلغ من المال فتحصل بعد نهاية المدة على فوائد قدرها 39974.29 دينار إذا علمت أن جملة مستحقاته في نهاية السنة السابعة قد بلغت 177014.22 دينار وفي نهاية السنة العاشرة 226098.34 دينار، فما هو المبلغ المستثمر وما مدة الاستثمار، وما معدل الفائدة المركبة في هذه الحالة.

الحل:

لحل هذه التمرين يمكن التعبير عن معطياته في العلاقات التالية:

نفرض أن مدة الاستثمار هي (n) وعليه سوف تكون الفوائد الناتجة عن استثمار المبلغ (C) عبارة عن الجملة ككل (S) ناقص الأصل أو المبلغ المستثمر (C)، أي أن:

$$I = S - C \Rightarrow I=C(1+i)^n - C \Rightarrow 39974.29 = C(1+i)^n - C \;\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

حسب قانون الجملة، فإن جملة المبلغ الذي يتحصل عليه التاجر في نهاية العام السابع هي:

$$S_7=C(1+i)^n \Rightarrow 177014.22=C(1+i)^7 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

حسب قانون الجملة، فإن جملة المبلغ الذي يتحصل عليه التاجر في نهاية العام العاشر هي:

$$S_{10}=C(1+i)^n \Rightarrow 226098.34=C(1+i)^{10} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

إن ما يتحصل عليها التاجر في نهاية العام العاشر (S_{10}) هي في الواقع جملة مستحقاته للعام السابع (S_7) مستمرة لمدة ثلاث سنوات، أي أن: $S_{10}= S_7(1+i)^3$

$$\Rightarrow 226098.34=177014.22(1+i)^3 \Rightarrow (1+i)^3=\frac{226098.34}{177014.22}=1.227289135$$

بإدخال اللوغاريتم النيبيري على الطرفين نجد أن:

$$Ln(1+i)^3= \ln(1.227289135) \Rightarrow 3Ln(1+i) = 0.244739969$$

$$\Rightarrow Ln(1+i) = 0.081579989$$

$$e^{Ln(1+i)}=e^{0.081579989} \Rightarrow (1+i) = 1.0850000 \Rightarrow i= 0.085 \Rightarrow i=8.5\%$$

وعليه، فإن معدل الفائدة المركبة في هذه الحالة هو 8.5%

بتعويض قيمة معدل الفائدة في المعادلة رقم 3 نجد أن:

$$226098.34=C(1+i)^{10} \Rightarrow 226098.34=C(1+0.085)^{10} \Rightarrow$$

$$226098.34=C(2.26098344)$$

$$\Rightarrow \frac{226098.34}{226098834} \Rightarrow C=100000$$

إذن المبلغ الذي استثمره هذا التاجر في البداية هو 100000 دينار

وبتعويض قيمة الأصل في المعادلة الأولى نجد مدة الاستثمار، أي أن:

$$39974.29 = C(1+i)^n - C \Rightarrow 39974.29 = 100000(1+0.085i)^n - 100000$$
$$\Rightarrow 39974.29 + 100000 = 100000(1.085)^n \Rightarrow 139974.29 = 100000(1.085)^n$$
$$\Rightarrow (1.085)^n = 1.3997429 \Rightarrow \ln (1.085)^n = \ln(1.3997429)$$
$$\Rightarrow (n)0.081579987 = 0.33628858 \Rightarrow (n) = \Rightarrow n = \frac{0.33628858}{0.081579987} \Rightarrow n = 4.12$$

حيث يمكن التعبير عن المدة 4.12 سنة بما يلي: 4 سنوات وشهرا واحدا و14 يوم.

تمرين 06-06

أودع شخص في حسابه البنكي المبالغ التالية:

- المبلغ الأول 20000 دينار، تضاف الفوائد على الأصل كل سداسي.
- ثم وبعد سنة أودع المبلغ الثاني وقيمته 30000 دينار، تضاف الفوائد كل ثلاثي.
- وبعد ثلاث سنوات من إيداع المبلغ الأول أودع مبلغ 50000 دينار، تضاف الفوائد شهريا.

- ما رصيد هذه الشخص بعد نهاية السنة السادسة من تاريخ إيداع المبلغ الأول. إذا علمت أن البنك يحتسب له فوائد مركبة بمعدل فائدة 12% سنوياً.

تمرين 06-07

أوجد جملة مبلغ 80000 دينار تم إيداعه في بنك تجاري لمدة 5 سنوات وبمعدل فائدة مركبة 12% إذا كانت:

1 - الفوائد تضاف كل نصف سنة.

2 - الفوائد تضاف كل ثلاثي.

تمرين 06-08

أودعت إحدى المؤسسات في حسابها البنكي مبلغ 200000 دينار لمدة عشر سنوات بمعدل فائدة مركبة 11% سنويا.

- أحسب جملة المبلغ في نهاية المدة؟
- أحسب قيمة الفوائد المستحقة لها في نهاية المدة؟
- أحسب فائدة السنة الخامسة فقط؟
- في نهاية السنة السابعة قررت هذه المؤسسة سحب جميع مستحقاتها من فوائد واستثمارها بمعدل فائدة 4% ثلاثيا. أحسب ما تجمع لهذه المؤسسة في نهاية السنة العاشرة للمبلغين معاً.

تمرين 06-09:

قررت إحدى المؤسسات أن تودع في حسابها البنكي مبلغ 16000 دينار في نهاية كل سنة ولمدة عشر سنوات متتالية بمعدل فائدة مركبة 10% سنوياً.

1- أحسب قيمة ما ترسمل لهذه المؤسسة في حسابها؟

2- ثم استنتج رصيد هذه المؤسسة إذا كانت هذه الدفعات فورية؟

تمرين 06-10:

تودع سيدة مبلغ 15000 دينار بداية كل 3 شهور بأحد البنوك. احسب جملة مالها من مستحقات بعد خمس سنوات إذا كان معدل الفائدة المركبة 10% سنويا. ثم استنتج الرصيد في حالة كون هذه الدفعات عادية.

تمرين 06-11

قرر أحد التجار أن يودع في حسابه البنكي مبلغ 10000 دينار في بداية كل ثلاثي ولمدة خمس سنوات، ثم يودع بعد ذلك مبلغ 20000 دينار في نهاية كل سداسي ولمدة خمس سنوات أخرى. احسب رصيد هذا التاجر في نهاية مدة الإيداع، إذا كان معدل الفائدة المركبة 12% سنويا.

تمرين 06-12

قرر أحد الطلبة أن يودع مبلغ 5000 دينار في بداية كل شهر في حسابه البنكي. احسب رصيده بعد ثلاث (3) سنوات (أثناء التخرج) إذا كان معدل الفائدة المركبة 12% سنويا. ثم احسب جملة مستحقاته في حالة كون هذه الدفعات عادية؟

تمرين 06-13

إذا كنت تحتاج مبلغ 50000 دينار بعد ثلاث سنوات من الآن، فما قيمة كل دفعة يجب عليك إيداعها شهرياً بأحد البنوك التي تحتسب لك فوائد مركبة بمعدل 9% سنويا.

وذلك في الحالتين الآتيتين:

- إذا كان الإيداع أول كل شهر
- إذا كان الإيداع نهاية كل شهر

الفصل السابع

7

القيمة الحالية

القيمة الحالية

القيمة الحالية لمبلغ ما أو لورقة تجارية تستحق في تاريخ لاحق هي قيمة هذا المبلغ قبل تاريخ استحقاقه بعد خصم أو قطع المصاريف الإجمالية لصالح البنك، أو ما يطلق عليه الحطيطة التجارية، حيث تحسب القيمة الحالية لمبلغ واحد أو لعدة مبالغ مختلفة أو للدفعات سواء كانت دفعات عادية أو فورية.

7-1- القيمة الحالية لمبلغ واحد:

يمكن تحديد القيمة الحالية لمبلغ نقدي من خلال قانون الجملة:

$$S = C.(1+i)^n \Leftrightarrow C = \frac{S}{(1+i)^n} \Leftrightarrow C = S(1+i)^{-n}$$

حيث (i) في هذه الحالة هو معدل الخصم التجاري

مثال 07-01: قدم تاجر للبنك كمبيالة قيمتها الاسمية 64420.4 دينار تستحق السداد بعد خمس سنوات من الآن، ماهي القيمة الحالية لهذه الورقة بتاريخ الخصم، وما المبلغ الذي يتحصل عليها البنك مقابل خصم هذه الورقة، إذا علمت أن معدل الخصم التجاري هو 10% سنوياً؟

الحل:

- القيمة الحالية للكمبيالة :

$$C = \frac{S}{(1+i)^n} \Leftrightarrow C = \frac{64420.4}{(1+0.1)^5}$$

$$C = \frac{64420.4}{(1.61051)} \Rightarrow C = 40000$$

- المبلغ الذي تحصل عليه البنك مقابل خصم الكمبيالة هو:

64420.4 – 40000 = 24420.4 دينار

7-2- القيمة الحالية لعدة مبالغ مختلفة:

القيمة الحالية لعدة مبالغ مختلفة في القيمة وتستحق على فترات زمنية غير منتظمة، هي مجموع القيم الحالية لهذه المبالغ كل على حدة؛ أي أن:

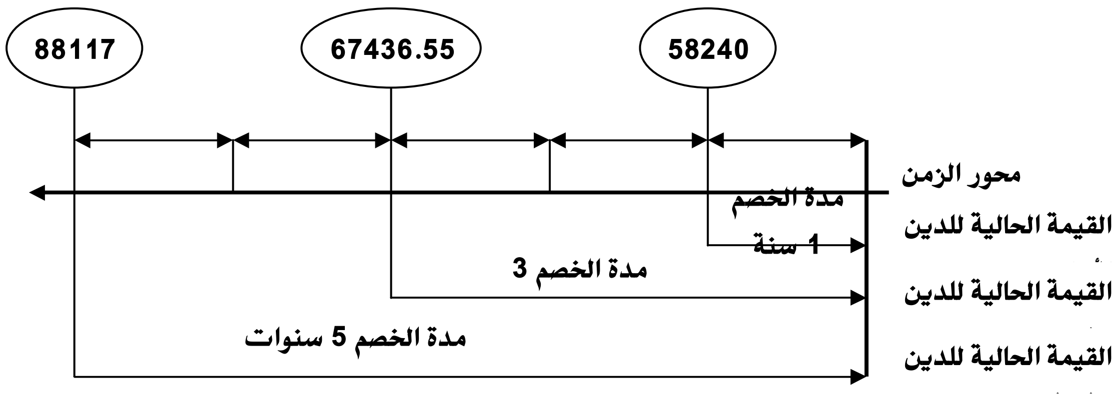
$$\sum C_n = \frac{S_1}{(1+i)^{n_1}} + \frac{S_2}{(1+i)^{n_2}} + \frac{S_3}{(1+i)^{n_3}} \text{.........} \frac{S_m}{(1+i)^{n_m}}$$

$$\sum C = \sum_{j=1}^{m} \frac{S_j}{(1+i)^{n_j}}$$

مثال 07-02: شخص مدين بمبلغ 58240 دينار يستحق الدفع بعد سنة، ومبلغ 67436.55 دينار يستحق السداد بعد سنتين من استحقاق الدين الأول. ومبلغ 88117 دينار تستحق بعد 5 سنوات من الآن، فإذا أراد أن يسدد كل هذه الديون مرة واحدة نقداً. فما هو المبلغ الذي يسدده هذا الشخص الآن، إذا علمت أن معدل الخصم التجاري 12% سنويا.

الحل:

التمثيل البياني



- حساب القيمة الحالية للدين الأول

$$C_1 = \frac{S_1}{(1+i)^{n_1}} \Leftrightarrow C_1 = \frac{58240}{(1+0.12)^1}$$

$$C_1 = \frac{58240}{(1.12)} \Rightarrow C_1 = 52000$$

- حساب القيمة الحالية للدين الثاني

$$C_2 = \frac{S_2}{(1+i)^{n_2}} \Leftrightarrow C_2 = \frac{67436.55}{(1+0.12)^3}$$

$$C_2 = \frac{67436.55}{(1.404928)} \Rightarrow C_2 = 48000$$

- حساب القيمة الحالية للدين الثالث

$$C_3 = \frac{S_3}{(1+i)^{n_3}} \Leftrightarrow C_3 = \frac{88117}{(1+0.12)^5}$$

$$C_3 = \frac{88117}{(1.76234)} \Rightarrow C_3 = 50000$$

أى أن هذا الشخص يجب أن يدفع نقدا مبلغ:

52000 + 48000 + 50000 = 150000 دينار سداداً لديونه.

7-3- القيمة الحالية للدفعات

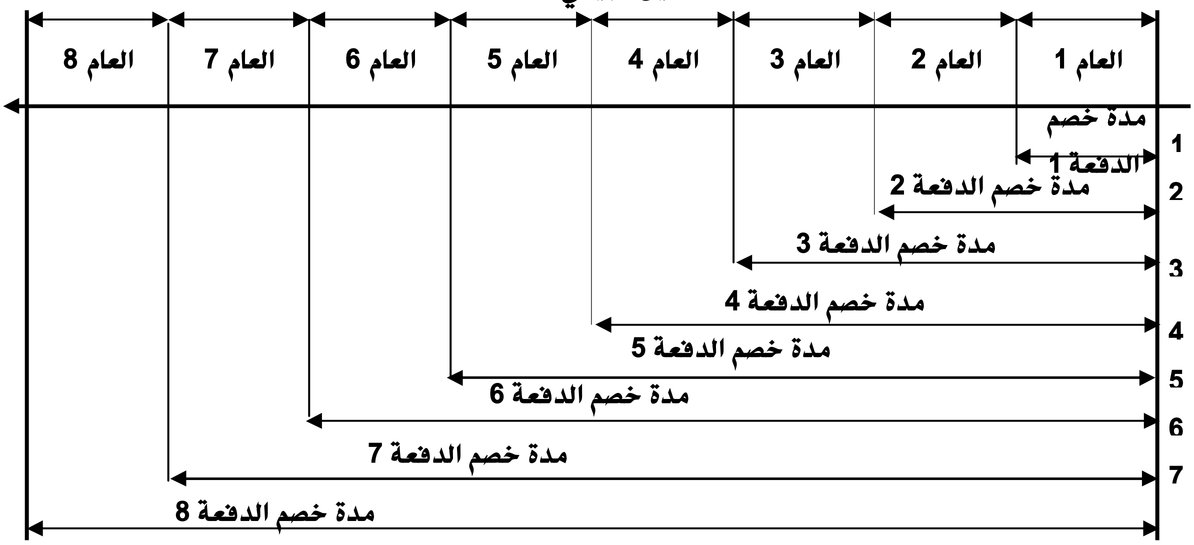
7-3-1- القيمة الحالية للدفعات العادية

بتطبيق القاعدة العامة في حساب القيمة الحالية، فإن القيمة الحالية للدفعات هي مجموع القيم الحالية لكل دفعة على حده.

مثال 07-03: اتفق شخص مع دائنه على أن يدفع في نهاية كل سنة مبلغ 150000 دينار لمدة 8 سنوات، لكنه أراد التخلص من هذا الدين فوراَ، احسب قيمة ما عليه دفعه، إذا كان معدل الخصم والفائدة المركبة 10% سنويا.

الحل: ما يدفعه هذا الشخص فوراً سدادا لدينه يمثل مجموع القيم الحالية لهذه الدفعات.

التمثيل البياني للمشكلة



الدفعات	مدة الخصم	القيمة الحالية
الدفعة الأولى	1	$C_1 = 150000(1+0.1)^{-1}$
الدفعة الثانية	2	$C_2 = 150000(1+0.1)^{-2}$
الدفعة الثالثة	3	$C_3 = 150000(1+0.1)^{-3}$
الدفعة الرابعة	4	$C_4 = 150000(1+0.1)^{-4}$
الدفعة الخامسة	5	$C_5 = 150000(1+0.1)^{-5}$
الدفعة السادسة	6	$C_6 = 150000(1+0.1)^{-6}$
الدفعة السابعة	7	$C_7 = 150000(1+0.1)^{-7}$
الدفعة الثامنة	8	$C_8 = 150000(1+0.1)^{-8}$

$$C_m = \sum_{j=1}^{m} C_j = 150000(1+0.1)^{-1} + 150000(1+0.1)^{-2}$$
$$+ 150000(1+0.1)^{-3} + 150000(1+0.1)^{-4} + 150000(1+0.1)^{-5}$$
$$+ 150000(1+0.1)^{-6} + 150000(1+0.1)^{-7} + 150000(1+0.1)^{-8}$$

بملاحظة عناصر هذه الجملة ابتداء من آخرها نجد أنها على شكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $S(1+i)^{-n} = 150000(1+0.1)^{-8}$ وأساسها$(1+i)=(1+0.1)$ وعدد حدودها $n = 8$

لذلك فإن جملة مجموع هذه الدفعات هو:

$$\sum_{j=1}^{m} C_j = \frac{S}{(1+i)^1} + \frac{S}{(1+i)^2} + \frac{S}{(1+i)^3} \cdots\cdots\cdots \frac{S}{(1+i)^n}$$

$$\sum_{j=1}^{m} C_j = S(1+i)^{-n} \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} = S . \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\sum_{j=1}^{8} C_j = 150000 . \frac{1-(1+0.1)^{-8}}{0.1} \Rightarrow C_8 = 800238.93$$

لذلك، على هذا الشخص أن يدفع فوراً مبلغ 800238.93 دينار سدادا لدينه.

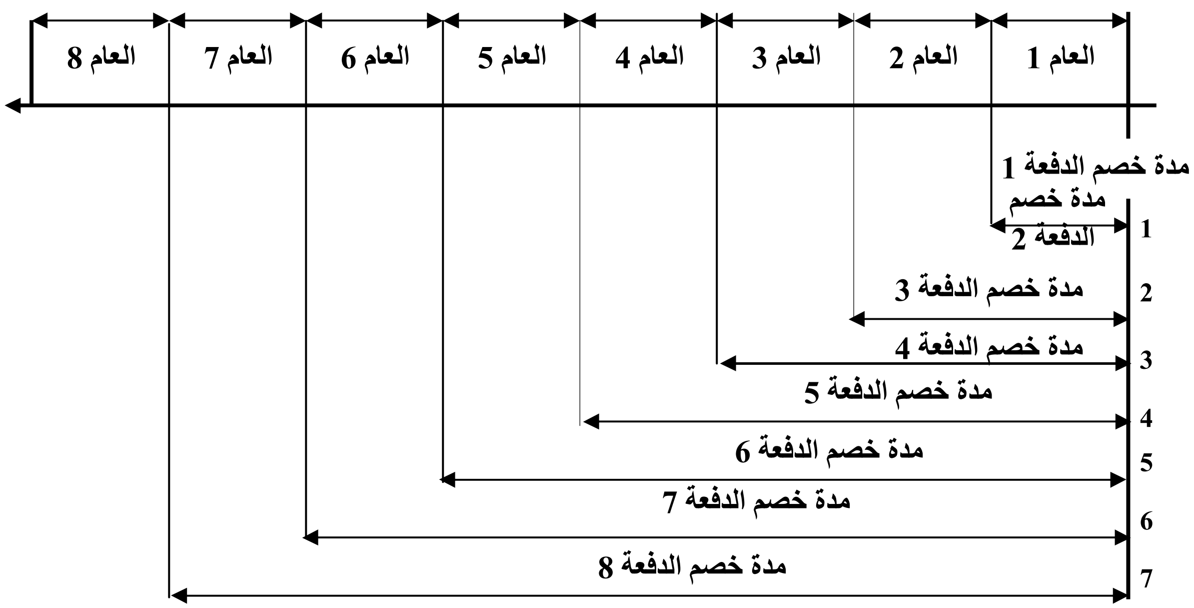
7-3-2- القيمة الحالية للدفعات الفورية

تمثل القيمة الحالية للدفعات الفورية في قيمة جميع هذه الدفعات عند تاريخ أول مدة، أي عند الفترة صفر والذي يتوافق مع تاريخ إيداع أول دفعة من سلسلة الدفعات.

مثال 07-04: بالرجوع للمثال (مثال 07-01) السابق وبافتراض أن هذا الشخص كان يسدد في بداية كل سنة مبلغ 150000 دينار لمدة 8 سنوات، فإذا أراد التخلص من هذا الدين فوراً احسب قيمة ما عليه دفعه في هذه الحالة، إذا كان معدل الخصم والفائدة مركبة 10% سنويا.

الحل: ما يدفعه هذا الشخص فوراً سدادا لدينه يمثل مجموع القيم الحالية لهذه الدفعات.

التمثيل البياني للمشكلة



الدفعات	مدة الخصم	الجملة
الدفعة الأولى	0	$C_1 = 150000(1+0.1)^{0}$
الدفعة الثانية	1	$C_2 = 150000(1+0.1)^{-1}$
الدفعة الثالثة	2	$C_3 = 150000(1+0.1)^{-2}$
الدفعة الرابعة	3	$C_4 = 150000(1+0.1)^{-3}$
الدفعة الخامسة	4	$C_5 = 150000(1+0.1)^{-4}$
الدفعة السادسة	5	$C_6 = 150000(1+0.1)^{-5}$
الدفعة السابعة	6	$C_7 = 150000(1+0.1)^{-6}$
الدفعة الثامنة	7	$C_8 = 150000(1+0.1)^{-7}$

$$C_m = \sum_{j=1}^{m} C_j = 150000(1+0.1)^{0} + 150000(1+0.1)^{-1}$$
$$+150000(1+0.1)^{-2} + 150000(1+0.1)^{-3}$$
$$+150000(1+0.1)^{-4} + 150000(1+0.1)^{-5}$$
$$+150000(1+0.1)^{-6} + 150000(1+0.1)^{-7}$$

بملاحظة عناصر هذه الجملة ابتداء من آخرها نجد أنها على شكل متتالية هندسية متزايدة حدها الأول $S(1+i)^{-(n-1)} = 150000(1+0.1)^{-(8-1)}$ وأساسها $(1+i)=(1+0.1)$ وعدد حدودها $n = 8$

وإذا كان قانون مجموع حدود المتتالية الهندسية S أساسها هو r عدد حدودها n وحدها الأول U_1، هو على الشكل: $S = U_1 . \frac{r^{n} - 1}{r - 1}$

فإن جملة مجموع الدفعات S هو:

$$\sum_{j=1}^{m} C_j = \frac{S}{(1+i)^1} + \frac{S}{(1+i)^2} + \frac{S}{(1+i)^3} .... \frac{S}{(1+i)^n}$$

$$\sum_{j=1}^{m} C_j = S(1+i)^{-(n-1)} . [\frac{(1+i)^n - 1}{i}] = S.[\frac{(1+i) - (1+i)^{-(n-1)}}{i}]$$

$$\sum_{j=1}^{m} C_j = S.[1 + \frac{1 - (1+i)^{-(n-1)}}{i}]$$

بتطبيق قانون جملة الدفعات الفورية على المثال، فإن :

$$\sum_{j=1}^{m} C_j = S.[1 + \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}] \Rightarrow \sum_{j=1}^{8} C_j = 150000.[1 + \frac{1-(1+0.1)^{-(8-1)}}{0.1}] = 880262.82$$

لذلك، على هذا الشخص أن يدفع فوراً مبلغ 880262.82 دينار سدادا لدينه.

تمارين

التمرين (07-01):

يسدد شخص في نهاية كل سنة مبلغ 100000 دينار ولمدة سبع سنوات بمعدل فائدة مركبة 8% سنوياً، فماهي القيمة الحالية لهذه الدفعات ثم جملتها في نهاية مدة التسديد؟.

الحل:

- حساب القيمة الحالية لهذه الدفعات (دفعات عادية)

$$\sum_{j=1}^{m} C_j = S.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$\sum_{j=1}^{7} C_j = 100000.\frac{1-(1+0.08)^{-7}}{0.08} \Rightarrow \sum_{j=1}^{7} C_j = 520637$$

- حساب جملة هذه الدفعات (دفعات عادية)

$$S_n = C.\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$S_7 = 100000.\frac{(1+0.08)^7 - 1}{0.08} \Rightarrow S_7 = 892280.34$$

التمرين (07-02):

بالرجوع للتمرين السابق (تمرين 07-01) وعلى افتراض أن هذا الشخص يسدد في بداية كل سنة مبلغ 100000 دينار ولمدة سبع سنوات، بمعدل فائدة مركبة 8% سنوياً، فما هي القيمة الحالية لهذه الدفعات ثم جملتها في نهاية مدة التسديد؟.

الحل:

- حساب القيمة الحالية لهذه الدفعات (دفعات فورية)

$$\sum_{j=1}^{7} C_j = 100000.[1+\frac{1-(1+0.08)^{-(7-1)}}{0.08}]$$

$$\sum_{j=1}^{7} C_j = 562287.97$$

- حساب جملة هذه الدفعات (دفعات فورية)

$$S_n^{'} = C(1+i)x\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$S_7^{'} = 100000(1+0.08)x\frac{(1+0.08)^7 - 1}{0.08}$$

$$S_7^{'} = 963662.76$$

التمرين 07-03

أوجد القيمة الحالية لدين قيمته 72000 دينار يستحق الدفع بعد 3 سنوات من الآن إذا كان معدل الفائدة المركبة 8% سنوياً، مع العلم أن الفوائد تضاف إلى الأصل مرتين فى السنة.

التمرين 07-04

تاجر مدين بمبلغ 44000 دينار يستحق الدفع بعد سنة من الآن، ومبلغ 81989.6 دينار يستحق السداد بعد ثلاث سنوات من تاريخ استحقاق الدين الأول. ومبلغ 70862.44 دينار تستحق بعد 5 سنوات من الآن، فإذا أراد أن يسدد كل هذه الديون مرة واحدة نقداً. فما هو المبلغ الذي يسدده هذا الشخص الآن، إذا علمت أن معدل الخصم التجاري 11% سنويا.

التمرين 07-05

احسب القيمة الحالية لجملة دفعات متساوية قيمة كل دفعة 20000 دينار تدفع في نهاية كل سنة ولمدة 3 سنوات إذا كان معدل الفائدة 11 % سنويا ومعدل الخصم 12 % سنويا.

التمرين 07-06

احسب القيمة الحالية لجملة دفعات قيمة الدفعة الواحدة 15000 دينار تدفع في أول كل شهر ولمدة 5 سنوات، إذا كان معدل الفائدة المركبة 12% سنويا ومعدل الخصم 15% سنويا.

التمرين 07-07

لشراء عقار تقترح عليك إحدى الوكالات التجارية أن تسدد قيمته خلال عشر سنوات قادمة على النحو التالي:

- أن تسدد فورا مبلغ 500000 دينار.
- ثم أن تسدد خلال هذه المدة في شكل أقساط سنوية قيمة القسط الواحد 50000 دينار، على أن تكون الدفعات الخمس الأولى فورية والباقي من المدة في شكل دفعات عادية.
- أما المبلغ الباقي وقيمته الاسمية 135718.60 يستحق الدفع بعد ثلاث سنوات من الآن.

المطلوب: أحسب قيمة العقار، إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة والخصم هو 10% سنوياً؟.

التمرين 07-08

لشراء جهاز كومبيوتر يقترح عليك التاجر أن تسدد قيمته بأحد الأساليب التالية:

- الأسلوب الأول: أن تسدد قيمته نقدا بمبلغ 78250 دينار
- الأسلوب الثاني: تدفع مبلغ 34510.56 دينار فوراً والباقي يسدد على 5 أقساط سنوية مبلغها 12000 دينار، تدفع أولها بعد سنة من الآن.
- الأسلوب الثالث: تدفع مبلغ 42276.4 دينار بعد ثلاث سنوات من الآن والباقي في شكل دفعات فورية سنوية قيمتها 15000 دينار لمدة 3 سنوات من الآن.

المطلوب: أي الأساليب أفضل بالنسبة لك إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة والخصم في هذه الحالة هو 10% سنوياً؟.

الفصل الثامن

8

التسويات المالية والتجارية طويلة الأجل

8-1- أسلوب تاريخ الاستحقاق المشترك
8-2- أسلوب تاريخ الاستحقاق المتوسط
8-3- أسلوب تاريخ الاستحقاق الفرضي
تمارين

التسويات المالية والتجارية طويلة الأجل

من حيث المبدأ فإن التسويات المالية والتجارية لا تختلف كثيرا سواء تعلقت بالعمليات المالية والتجارية القصيرة الأجل أو الطويلة، الاختلاف الوحيد يكمن في كون التسويات المالية والتجارية القصيرة الأجل تتم على أساس الحطيطة التجارية، بينما تتم التسويات المالية والتجارية الطويلة الأجل على أساس الحطيطة الحقيقية، لأن الخصم على أساس الحطيطة التجارية في الأجل الطويل سيكون كبيرا قد يصل إلى قيمة اكبر من قيمة الدين نفسه. ويكون بذلك الدائن مدينا عند حساب القيمة الحالية للدين. وبصفة عامة، تتم التسوية على أساس عدم الإضرار بالمدين أو بالدائن من جراء تسوية الديون، وهذا طبقا للقاعدة العامة في تسوية الديون إذ تتعادل فيها مجموع قيم الديون القديمة مع مجموع قيم الديون الجديدة، إما بقيمتها الحالية أو الاسمية ويتوقف استخدام قانون الجملة (القيمة الاسمية) أو قانون الخصم (القيم الحالية) في معادلة القيمة على تاريخ التسوية، على أن تكون عملية التسوية بأحد الأساليب التالية:

8-1- أسلوب تاريخ الاستحقاق المشترك

في هذا الأسلوب يتفق الدائن والمدين على أن يتم تسديد كل الديون مرة واحدة في تاريخ يسمى تاريخ الاستحقاق المشترك تتغير عنده كل تواريخ الاستحقاق القديمة وتشترك جميعها بتاريخ محدد متفق عليه. في مثل هذه الحالة فإن ما يهم المدين ويسعى لتحقيقه هو موافقة الدائن على استبدال جميع الديون بدين واحد تراعي ظروف المدين في تحديد تاريخ استحقاقه حتى وإن ترتب على هذه التسوية تراكم الفائدة.

مثال 08-01: اشترى تاجر بضاعة واتفق مع المؤسسة على تسديد مستحقاتها (ثمن البضاعة) على النحو التالي:

❶- يسدد 5 دفعات عادية تستحق أولها بعد سنة من الآن قيمة كل دفعة 12000 دينار.

❷- تحرير ورقة تجارية قيمتها الاسمية 20000 دينار تستحق بعد عام من تسديد الدفعة الثالثة.

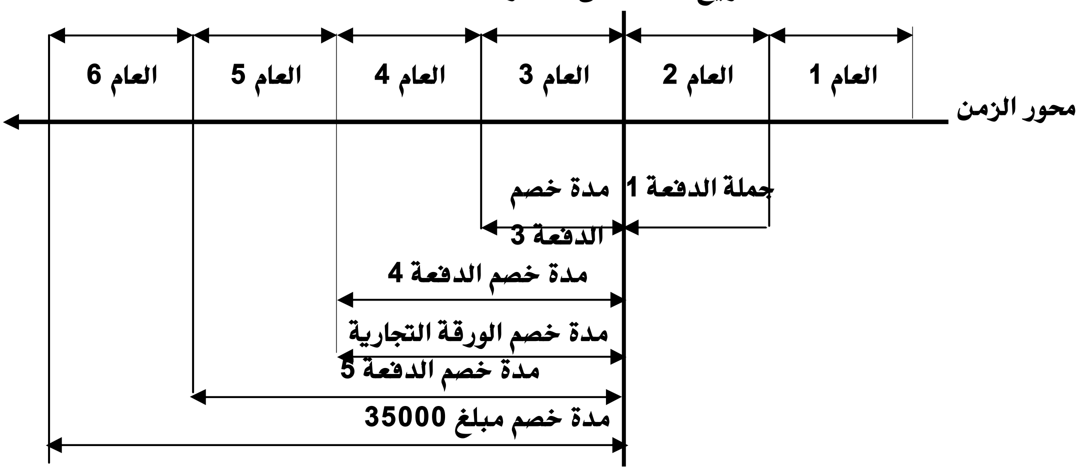
❸- ثم دفع مبلغ 35000 دينار بعد سنتين من تاريخ استحقاق الورقة التجارية.

ولكن، نتيجة لظروف تتعلق بمركزه المالي اتفق هذا التاجر مع المؤسسة الدائنة على أن يسدد جميع ما عليه من ديون مرة واحدة عند تاريخ تسديد الدفعة الثانية مباشرة.

المطلوب: ما هو المبلغ الذي يجب أن يدفعه هذا التاجر للمؤسسة في التاريخ المذكور، إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة والخصم المعتمد في تسوية مثل هذه الديون هو 8% سنوياً.

الحل:

التمثيل البياني



يتضمن المبلغ الذي سيدفعه هذا التاجر عند تاريخ الاستحقاق المشترك، مجموع المبالغ التالية:

1. جملة الدفعة الأولى لمدة سنة واحدة؛
2. القيمة الاسمية للدفعة الثانية؛
3. القيمة الحالية للدفعات العادية الثلاث المتبقية؛
4. القيمة الحالية للورقة التجارية، حيث مدة الخصم سنتين؛
5. القيمة الحالية لمبلغ 35000 دينار، حيث مدة الخصم 4 سنوات.

1) - حساب جملة الدفعة الأولى لمدة سنة واحدة

$$S_1 = C.(1+i)^n \Leftrightarrow S_1 = 12000(1+0.08)^1 \Leftrightarrow S_1 = 12960$$

2) - القيمة الاسمية للدفعة الثانية عند تاريخ التسوية = 12000 دينار

3) - حساب القيمة الحالية للدفعات الأربعة المتبقية (الثانية - الثالثة - الرابعة - الخامسة)

الدفعات	مدة الخصم	الجملة
الدفعة الثالثة	1	$C_3 = 12000(1+0.08)^{-1}$
الدفعة الرابعة	2	$C_4 = 12000(1+0.08)^{-2}$
الدفعة الخامسة	3	$C_5 = 12000(1+0.08)^{-3}$

$$C_m = \sum_{j=1}^{m} C_j = 12000(1+0.08)^{-1} + 12000(1+0.08)^{-2} + 12000(1+0.08)^{-3} = 30925.16$$

بتطبيق قانون القيمة الحالية للدفعات العادية، نجد أن:

$$\sum_{j=1}^{m} C_j = S.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow \sum_{j=1}^{3} C_j = 12000.\frac{1-(1+0.08)^{-3}}{0.08} = 30925.16$$

4) - حساب القيمة الحالية لورقة تجارية قيمتها الاسمية 20000 دينار تستحق بعد عام من تسديد الدفعة الثالثة، ولكن بتاريخ تسديد الدفعة الثانية تكون مدة خصم هذه الورقة هي سنتين. وعليه، فإن:

$$C = \frac{S}{(1+i)^2} = \frac{20000}{(1+0.08)^2} = 17146.78$$

5) - حساب القيمة الحالية لمبلغ 35000 دينار، حيث مدة الخصم 4 سنوات.

$$\frac{S}{(1+i)^4} = \frac{35000}{(1+0.08)^4} = 25726.05$$

المبلغ الذي سيدفعه هذا التاجر عند تاريخ الاستحقاق المشترك

- جملة الدفعة الأولى لمدة سنة واحدة = 12960 دينار
- القيمة الاسمية للدفعة الثانية عند تاريخ التسوية = 12000 دينار
- القيمة الحالية للدفعات العادية الأربعة المتبقية = 30925.16 دينار
- القيمة الحالية للورقة التجارية، (مدة الخصم سنتين) = 17146.78 دينار
- القيمة الحالية لمبلغ 35000 دينار، (مدة الخصم 4 سنوات) = 25726.05 دينار

∴ وعليه، فإن إجمالي ما سيدفعه التاجر هو:

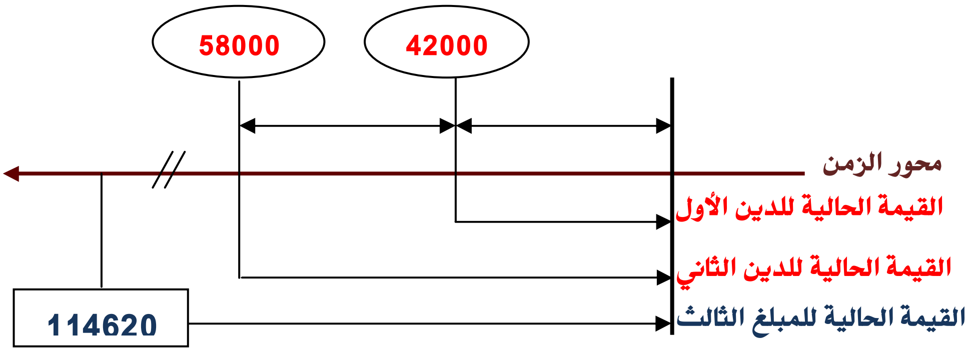
98757.99 = (25726.05 + 17146.78 + 30925.16 +12000 + 12960) دينار

تمرين 08-01: شخص مدين بمبلغ 42000 دينار يستحق الدفع بعد سنة، ومبلغ 58000 دينار يستحق الدفع بعد سنتين من الآن. وقد اتفق مع الدائن بأن يدفع لاحقا مبلغ 114620 دينار نظير كل ما عليه من ديون. فإذا كان معدل الخصم والفائدة المركبة المتفق عليه هو 10% سنويا، فما هي مدة استحقاق هذا المبلغ؟

الحل:

القيمة الحالية للدين الأول + القيمة الحالية للدين الثاني = القيمة الحالية للمبلغ الثالث

التمثيل البياني للتمرين



$$\frac{42000}{(1+0.1)^1}+\frac{58000}{(1+0.1)^2}=\frac{114620}{(1+0.1)^n}$$

$$38181{,}82+47933{,}88=\frac{114620}{(1.1)^n}\Rightarrow 86115{,}70=\frac{114620}{(1.1)^n}$$

$$(1.1)^n=\frac{114620}{86115{,}70}\Rightarrow (1.1)^n=1{,}331\Rightarrow Ln(1.1)^n=Ln1{,}331$$

$$\Rightarrow nLn(1.1)=Ln(1{,}331)\Rightarrow n=\frac{Ln(1{,}331)}{Ln(1.1)}=\frac{0.286}{0.095}=3$$

∴ وعليه، تكون مدة استحقاق هذا المبلغ، هي = 3 سنوات

وبالتالي يمكن تأجيل تسديد كل الديون لكي تدفع مرة واحدة بعد ثلاث سنوات من تاريخ الاتفاق

تمرين 08-02: شخص مدين بالمبالغ التالية:

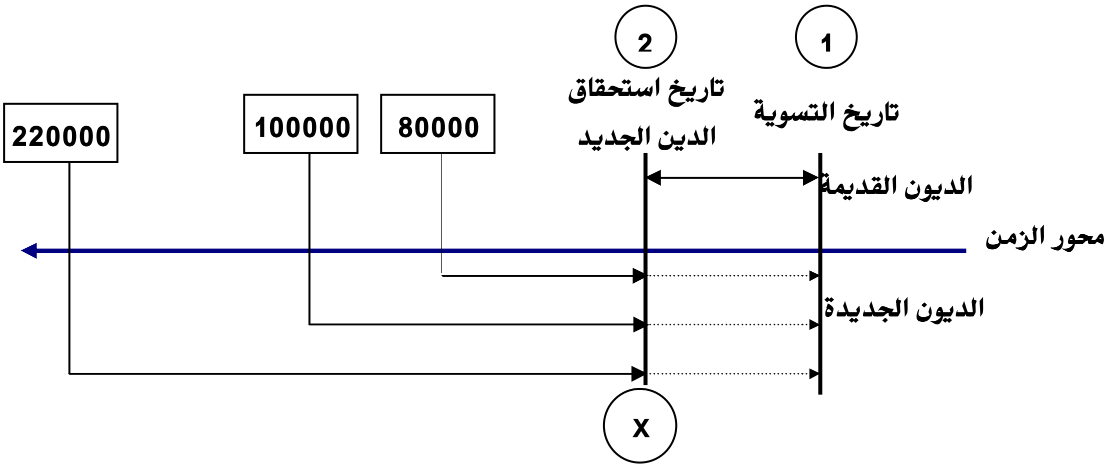
80000 دينار يستحق الدفع بعد أربع سنوات

100000 دينار يستحق الدفع بعد خمس سنوات

220000 دينار يستحق الدفع بعد سبع سنوات

فإذا أراد استبدال هذه الديون بدين جديد يستحق الدفع بعد سنتين من الآن، فما قيمة هذه الدين إذا علمت أن معدل الخصم هو 12% سنويا.

الحل:



لحل هذه المسألة تظهر أمامنا طريقتين للحل، كل طريقة تعبر عن حالة من الحالات المشار إليهما في الشكل البياني الممثل للمسألة، وهذه الحالات هي:

① - **الحالة الأولى:** يتم فيها استبدال الديون القديمة بالديون الجديدة بتاريخ التسوية أو بتاريخ الاتفاق (الآن):

تمثل الديون القديمة بهذا التاريخ في مجموع القيم الحالية لهذه الديون

$$\frac{80000}{(1+0.12)^4}+\frac{100000}{(1+0.12)^5}+\frac{220000}{(1+0.12)^7}=50841.45+56742.69+99516.83$$

مجموع الديون القديمة: $\sum_{j=1}^{3} C_j = 207100.96$

الديون الجديدة بهذا التاريخ تساوي القيمة الحالية للدين الجديد (بمدة الخصم سنتين)

الديون الجديدة: $\frac{X}{(1+0.12)^2}$

∴ وبتطبيق قاعدة القيمة، فإن:

$$\frac{X}{(1+0.12)^2}=207100.96 \Rightarrow X=207100.96(1.2544)=259787.44 \Rightarrow X=259787.44$$

② - **الحالة الثانية:** تُستبدل الديون القديمة بالديون الجديدة بتاريخ استحقاق الدين الجديد، وكأن المدين يريد تسديد كل ما عليه من ديون بعد سنتين من الآن، أو قبل تاريخ استحقاق الدين الأول بسنتين، وبالتالي:

مدة خصم الدين القديم الأول (سنتين)

مدة خصم الدين القديم الثاني (ثلاث سنوات)

مدة خصم الدين القديم الثالث (خمس سنوات)

الديون القديمة بهذا التاريخ تساوي مجموع القيم الحالية لهذه الديون

$$\frac{80000}{(1+0.12)^2}+\frac{100000}{(1+0.12)^3}+\frac{220000}{(1+0.12)^5}=63775.51+71178.02+124833.91$$

مجموع الديون القديمة: $\sum_{j=1}^{3} C_j = 259787.44$

وتكون قيمة الدين الجديد بهذا التاريخ هي القيمة الاسمية للدين الجديد (أي دون خصم)

∴ وبتطبيق قاعدة القيمة، فإن قيمة الدين الجديد التي تستبدل الديون القديمة الثلاث هي 259787.44 دينار، وهي قيمة المبلغ الذي يجب أن يدفعه هذا الشخص فيما لو قرر تسديد كل ما عليه من ديون بعد سنتين من الآن.

8-2- أسلوب تاريخ الاستحقاق المتوسط

إذا كانت مجموع القيم الاسمية للدين الجديد الذي سوف تُستبدل به كل الديون القديمة تساوي مجموع الديون القديمة كما هي بقيمها الاسمية، فإن التاريخ الذي يجب أن تتم فيه هذه التسوية يسمى تاريخ الاستحقاق المتوسط. عادة ما يتم تحديد هذا التاريخ عن طريق حساب المتوسط الحسابي المرجح لمختلف تواريخ استحقاق الديون القديمة، أو بحساب التاريخ الذي تتساوي فيه مجموع القيم الحالية للديون القديمة على اختلاف تواريخ استحقاقها بمجموع قيمها الاسمية.

مثال 08-02: اقترض شخص مبلغ وحرر في مقابل ذلك الأوراق التالية

- الورقة الأولى: قيمتها 20000 دينار تستحق بعد ثلاث سنوات
- الورقة الثانية: قيمتها 30000 دينار تستحق بعد أربع سنوات
- الورقة الثالثة: قيمتها 80000 دينار تستحق بعد خمس سنوات
- الورقة الرابعة: قيمتها 70000 دينار تستحق بعد ستة سنوات

أراد أن يستبدل جميع هذه الديون بدين واحد يسدده لاحقا تعويضا عن هذه المبالغ كلها كما هي وبقيمها الاسمية. فما التاريخ الذي يجب أن يسدد فيه هذا الدين، إذا كان معدل الفائدة المركبة والخصم هو 6%؟

الحل:

- حسب طريقة المتوسط الحسابي المرجح، يكون:

متوسط مدة الاستحقاق= $\frac{(6x70000)+(5x80000)+(4x\ 30000)+(3x20000)}{(70000+80000+30000+20000)}$ =5 سنوات

- حسب طريقة تساوي مجموع القيم الحالية للديون القديمة بالقيمة الاسمية للدين الجديد، فإن:

القيمة الحالية للديون القديمة تساوي

$$\sum_{j=1}^{4} C_j = \frac{20000}{(1+0.06)^3} + \frac{30000}{(1+0.06)^4} + \frac{80000}{(1+0.06)^5} + \frac{70000}{(1+0.06)^6}$$

$$\sum_{j=1}^{4} C_j = 16792.39 + 23762.81 + 59780.65 + 49347.24 = 149683.09$$

مجموع القيم الاسمية للديون القديمة:

$$20000 + 30000 + 80000 + 70000 = \mathbf{200000}$$

حساب المدة اللازمة التي تصبح فيها القيم الحالية للديون القديمة تساوي مجموع قيمها الاسمية

$$S = C.(1+i)^n \Leftrightarrow 200000 = 149683.09(1+0.06)^n \Leftrightarrow (1+0.06)^n = 1.3361563$$

بإدخال اللوغريتم على الطرفين، نجد أن:

$$\ln(1+0.06)^n = \ln(1.3361563) \Rightarrow n.\ln(1+0.06) = \ln(1.3361563)$$

$$\Rightarrow n = 4,97344242$$

يمكن تحويل المدة الزمنية (n) على النحو التالي:

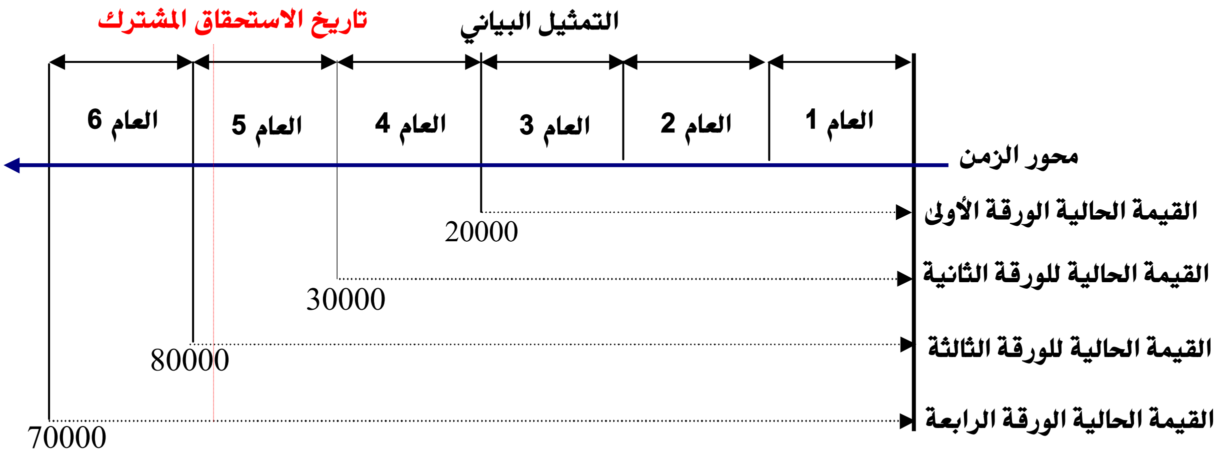
4.97344242 = 4 سنوات و0.97344242 سنة

وتحويل المدة 0.97344242 سنة إلى أشهر، أي 12x0.97344242= 11.68131 شهرا

وتحويل المدة 0.68131 شهرا إلى أيام، أي 30x0.68131 = 20.44 يوم ≅21 يوم

وبذلك تكون إجمال المدة هي: 4 سنوات و11 شهرا و21 يوما

التمثيل البياني

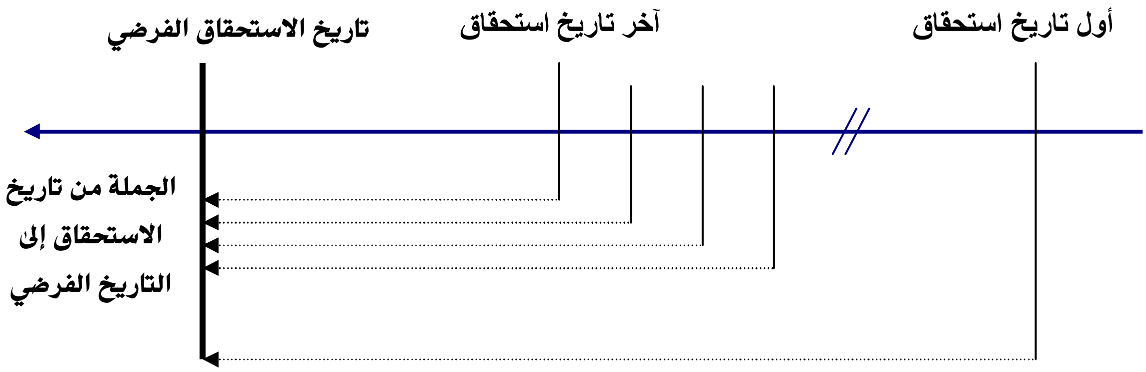


8-3- أسلوب تاريخ الاستحقاق الفرضي

في الكثير من الحالات لا يستطيع الشخص تسديد ما عليه من ديون مرة واحدة وإنما على فترات زمنية مختلفة بدلا من تاريخ محدد، حيث يتم استبدال الدين القديم بدين جديد يستحق لاحقا، أو سداد جزء من الدين فوراَ والباقي عن طريق تحرير بعض الأوراق التجارية تستحق فيما بعد. وفي الحالتين حيث يكون تاريخ التسديد لاحقا، فإننا نفترض تاريخ معين تتم فيه إعادة هيكلة الديون من جديد وعند هذا التاريخ الفرضي، يجب أن يتحقق مبدأ معادلة القيمة، إذ تتعادل فيه مجموع قيم الديون القديمة مع مجموع قيم الديون الجديدة، إما بقيمها الحالية أو الاسمية ويتوقف استخدام قانون الجملة (القيمة الاسمية) أو قانون الخصم (القيم الحالية) في معادلة القيمة على تاريخ التسوية أو الاستحقاق الفرضي، وقد يواجهنا إحدى ثلاث حالات مختلفة وهي:

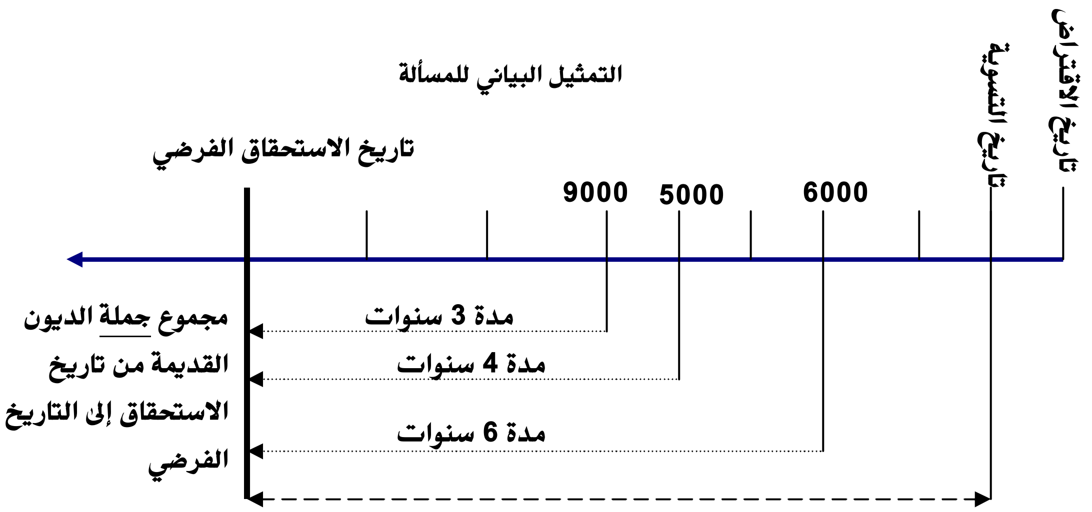
❶- الحالة الأولى: إذا كان الشخص غير قادر على تسديد ديونه في تواريخ استحقاقها، حيث يتفق مع دائنه على تأجيل تسديد الديون إلى تاريخ لاحق يطلق عليه تاريخ الاستحقاق الفرضي، يتحدد بعد تواريخ استحقاق مختلف الديون القديمة، ففي هذه الحالة فإن معادلة القيمة تعتمد على معادلة الجملة أي القيمة الاسمية في إيجاد قيمة الديون القديمة والجديدة حيث يتم احتساب جملة الديون قبل التسوية مع إضافة فوائد التأخير في تحديد جملة الديون بعد التسوية عند تاريخ الاستحقاق المتفق عليه.

حالة استبدال الديون بدين أو أكثر تاريخ استحقاقها بعد تواريخ استحقاق جميع الديون



مثال 08-03: اقترض شخص من البنك مبلغ من المال وقد اتفق مع البنك على أن يسدد ما عليه اتجاه البنك على ثلاث مراحل متتالية، في المرحلة الأولى عليه أن يسديد بعد ثلاث سنوات مبلغ 60000 دينار، ثم بعد سنتين من ذلك يدفع مبلغ 50000 دينار كمرحلة ثانية، وأخيراُ وفي مرحلة ثالثة وبعد سنة واحدة من تاريخ تسديد المبلغ الثاني يقوم هذا الشخص بتسديد مبلغ 90000 دينار. لكنه وبعد مرور العام الأول من تاريخ الاقتراض أراد هذا الشخص أن يحرر كل ما عليه في ورقة تجارية تستحق الدفع بعد 3 سنوات من تاريخ استحقاق الدين الثالث، إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة والخصم هو 10% سنويا فما قيمة هذه الورقة.

الحل:



لحل هذه المسألة هناك طريقتين:

الطريقة الأولى: من أجل إيجاد القيمة الاسمية للدين الجديد أو الورقة التجارية، فإن معادلة القيمة تعتمد على حساب الجملة، أي حساب مجموع القيم الاسمية للديون الثلاثة القديمة من تاريخ استحقاق كل دين إلى غاية التاريخ الفرضي.

$$S=\sum_{j=1}^{3} S_j = C(1+i)^n \;=60000(1+0.1)^6+50000(1+0.1)^4+90000(1+0.1)^3$$

$$S_3=\sum_{j=1}^{3} S_j = 299288.66$$

وهكذا ستكون القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة التي تستبدل الديون القديمة مبلغ 299288.66 دينار تستحق السداد بعد ثماني سنوات من تاريخ التسوية.

الطريقة الثانية: لإيجاد القيمة الاسمية المدين الجديد أو الورقة التجارية، حسب هذه الطريقة فإن معادلة القيمة تعتمد على حساب مجموع القيم الحالية للديون القديمة عند تاريخ التسوية أي خصم فوائد الديون الثلاثة القديمة من تاريخ استحقاق كل دين إلى غاية التاريخ التسوية كمرحلة أولى ثم إعادة احتساب القيمة الاسمية الجديدة من تاريخ التسوية إلى غاية التاريخ الفرضي كمرحلة ثانية.

المرحلة الأولى: يتم فيها حساب مجموع القيم الحالية للديون القديمة

$$\sum_{j=1}^{3} C_j = \frac{60000}{(1+0.1)^2} + \frac{50000}{(1+0.1)^4} + \frac{90000}{(1+0.1)^5}$$

$$\sum_{j=1}^{3} C_j = 49586.78 + 34150.67 + 55882.92 = 139620.37$$

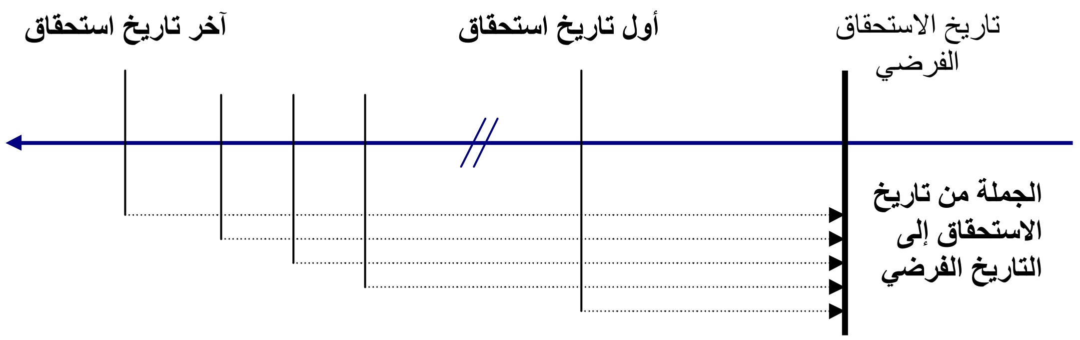
المرحلة الثانية: تكون القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة التي تستبدل الديون القديمة هي القيمة الاسمية لمجموع القيم الحالية للديون القديمة لمدة ثماني سنوات من تاريخ التسوية.

$$S = C.(1+i)^n \Leftrightarrow S = 139620.37(1+0.1)^8 \Leftrightarrow S = 299288.66$$

القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة = 299288.66 دينار.

❷- **الحالة الثانية:** إذا أراد المدين أن يقوم بتسديد الديون قبل تواريخ استحقاقها أو عند تاريخ استحقاق أول دين، فإنه في مثل هذه الحالة تعتمد معادلة القيمة على القيمة الحالية في إيجاد مجموع قيم الديون القديمة والجديدة، عندها تكون القيم الحالية للديون القديمة تساوي القيم الحالية للديون الجديدة.

حالة استبدال الديون بدين أو أكثر تاريخ استحقاقها قبل تواريخ استحقاق جميع الديون



مثـال 08-04: إذا افترضنا في التمرين السابق أن هذا الشخص أراد التخلص من ديونه بدفع كل ما عليه نقدا عند تاريخ التسوية، فما المبلغ الذي سيدفعه لتسوية ما عليه من ديون.

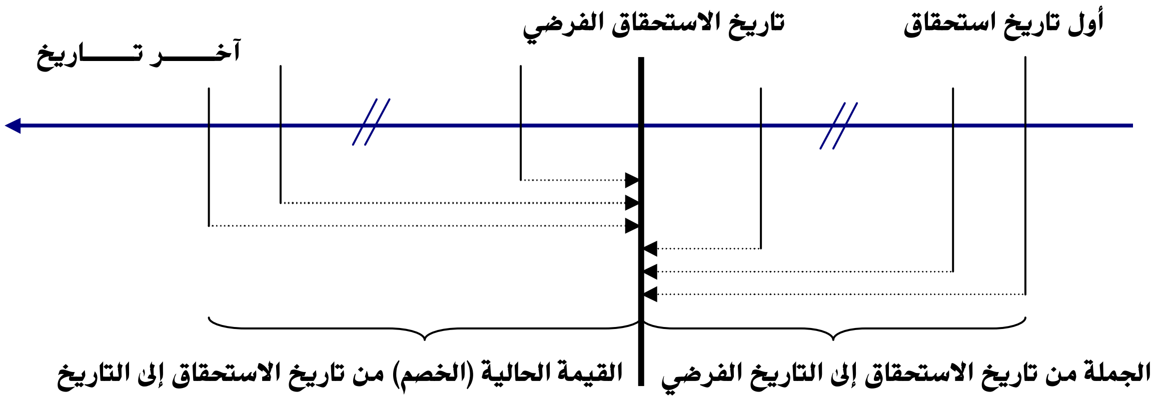
الحـل: إذا أراد المدين أن يقوم بتسديد الديون قبل تواريخ استحقاقها (أنظر تاريخ التسوية في التمثيل البياني للمسألة) فإنه في مثل هذه الحالة تعتمد معادلة القيمة على مجموع القيمة الحالية للديون الثلاثة القديمة، في تحديد قيمة ما يجب أن يدفعه هذا الشخص.

وبالتالي فإن ما يدفعه الشخص بتاريخ التسوية هو مجموع القيم الحالية للديون القديمة

$$\sum_{j=1}^{3} C_j = \frac{60000}{(1+0.1)^2} + \frac{50000}{(1+0.1)^4} + \frac{90000}{(1+0.1)^5} \Rightarrow \sum_{j=1}^{3} C_j = 139620.37$$

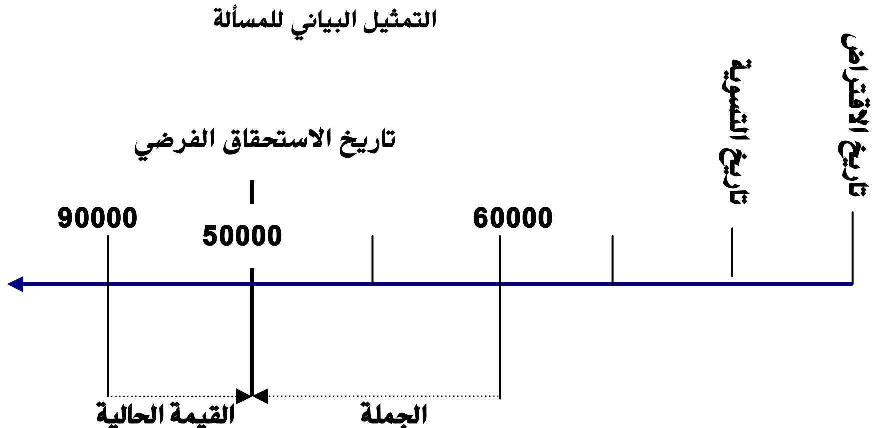
❸- **الحالة الثالثة:** وهي الحالة الأكثر شيوعا وانتشارا في التسويات المالية، عندما يتفق كل من الدائن والمدين على تسوية الديون بتاريخ معين يتجاوز تواريخ استحقاق بعض الديون وقبل استحقاق ديون أخرى، ففي هذه الحالة فإن معادلة القيمة تستخدم كل من معادلتي الجملة والقيمة الحالية حسب التواريخ المختلفة للديون القديمة والجديدة.

حالة استبدال الديون بدين أو أكثر تاريخ استحقاقها بين تواريخ استحقاق الديون



مثال 08-05: في نفس التمرين السابق لو افترضنا أن هذا الشخص قد اتفق مع الدائن على تسديد ديونه عند تاريخ استحقاق الدين الثاني، ما المبلغ الذي يدفعه في مثل هذه الحالة

التمثيل البياني للمسألة



الحل:

في هذه الحالة فإن التاريخ الفرضي يتجاوز تاريخ استحقاق الدين الأول بسنتين ولكن قبل استحقاق الدين الثالث بسنة واحدة. وعليه، فإن معادلة القيمة تستخدم كل من معادلتي الجملة للدين الأول والقيمة الحالية للدين الثالث، أما الدين الثاني فإن القيمة الحالية والقيمة الاسمية متساويتان عند هذا التاريخ.

وعلى هذا الأساس فإن المبلغ الذي يسدده هذا الشخص بتاريخ الاستحقاق الفرضي في هذه الحالة هو مجموع المبالغ التالية:

- جملة المبلغ الأول

$$S = C.(1+i)^n \Leftrightarrow S = 60000(1+0.1)^2 \Leftrightarrow S = 72600$$

- القيمة الحالية أو الاسمية للمبلغ الثاني

$$S_2 = 50000$$

- القيمة الحالية للمبلغ الثالث

$$C_3 = \frac{90000}{(1+0.1)^1} \Rightarrow C_3 = 81818.18$$

$\therefore$ المبلغ الذي يسدده هذا الشخص هو:

$72600 + 50000 + 81818.18 = 204418.18$ دينار

تمارين

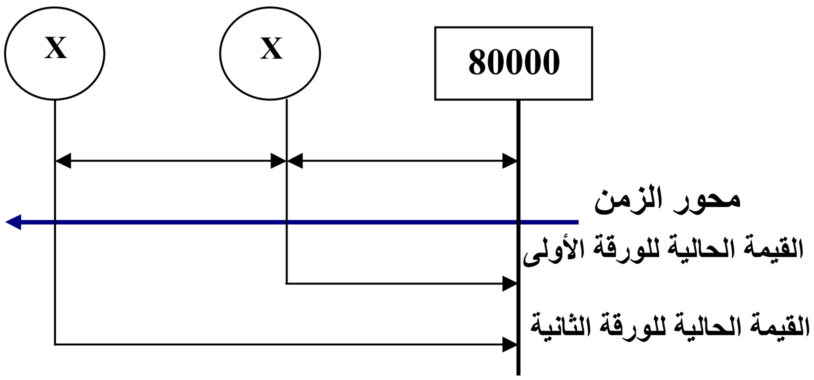
التمرين (08-01):

دين قيمته الحالية هي 80000 دينار. نريد استبدال هذا الدين بورقتين تجاريتين متساويين في القيمة الاسمية، الأولى تستحق بعد سنة والثانية يستحق الدفع بعد سنتين من الآن.

أوجد قيمة هاتين الورقتين، إذا تمت التسوية بمعدل 8% سنوياً.

الحل:

إذا اعتبرنا أن قيمة كل ورقة تجارية هي (X) فإن:



- القيمة الحالية للورقة الأولى (مدة الخصم سنة واحدة)

$$C_1 = \frac{S_1}{(1+i)^1} = \frac{X}{(1+0.08)^1}$$

- القيمة الحالية للورقة الثانية (مدة الخصم سنتين)

$$C_2 = \frac{S_2}{(1+i)^2} = \frac{X}{(1+0.08)^2}$$

القيمة الحالية للورقة الأولى + القيمة الحالية للورقة الثانية = القيمة الحالية للدين

$$\frac{X}{(1+0.08)^1} + \frac{X}{(1+0.08)^2} = 80000 \Rightarrow \frac{X}{(1.08)} + \frac{X}{(1.1664)} = 80000$$

$$\Rightarrow X\left(\frac{2.08}{1.1664}\right) = 80000 \Rightarrow X(2.08) = (80000).(1.1664)$$

$$\Rightarrow X = \frac{39312}{2.08} \Rightarrow X = 44861.54$$

$\therefore$ وعليه، تكون القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية هي = 44861.54 دينار

القيمة الحالية للورقة الأولى: $41538.46 = \frac{44861.54}{(1+0.08)^1}$

والقيمة الحالية الورقة الثانية: $38461.54 = \frac{44861.54}{(1+0.08)^2}$

وعليه يكون مجموع قيمة الورقتين بتاريخ التسوية هو:

$41538.46 + 38461.54 = 80000$ دينار.

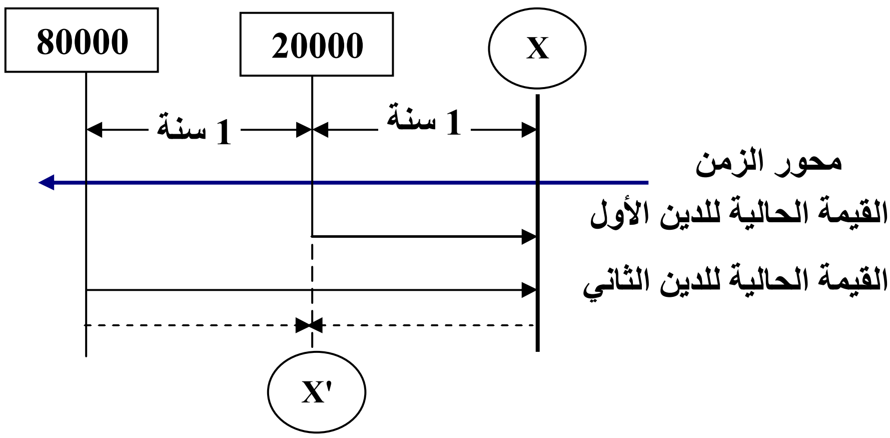
التمرين (08-02):

شخص مدين بمبلغ 20000 دينار تستحق الدفع بعد سنة، ومبلغ 80000 دينار تستحق الدفع بعد سنتين. وقد اقترح عليه الدائن بأن يتم تسوية هذين الدينين معا فوراً. أما المدين يفضل أن يتم تسديد الدين الثاني عند حلول تاريخ استحقاق الدين الأول، فإذا كانت الفوائد تضاف كل سداسي، أحسب ما يجب أن يسدده المدين في الحالتين، إذا كان معدل الخصم والفائدة المركبة هو 8% سنويا.

الحل:

نفرض أن المبلغ الذي سيدفع الآن لتسوية الدينين معا هو: (X)

❶ - في حالة الدفع الفوري فإن ما سيدفعه يمثل مجموع القيم الحالية للدينين معا بتاريخ الاتفاق.



ولأن الفوائد تضاف إلى الأصل كل سداسي فإن:

- معدل الفائدة نصف السنوي (للسداسي) = $\frac{0.08}{2} = 0.04$ (4%)
- مدة خصم المبلغ الأول = 1 سنة
- عدد مرات الإضافة في السنة الواحدة = 2 مرة
- مدة خصم المبلغ الثاني = 2 سنة
- عدد مرات الإضافة في السنتين = 2 × 2 = 4 مرات

المبلغ الذي سيدفع المدين نقدا من أجل تسوية الدينين معا هو:

$$X = \frac{20000}{(1+0.04)^2} + \frac{80000}{(1+0.04)^4}$$

$$X = 18491.12 + 68384.34 \Rightarrow X = 86875.46$$

∴ فإن هذا الشخص عليه أن يدفع فورا مبلغ 86875.46 دينار تعويضا للدينين معا.

❷ - أما إذا أراد تسوية الدينين معا مرة واحدة عند حلول تاريخ استحقاق أول دين، فإنه في هذه الحالة سيدفع القيمة الاسمية للدين الأول والقيمة الحالية للدين الثاني، أي أن:

$$X' = 20000 + \frac{80000}{(1+0.04)^2} \Rightarrow X' = 20000 + 73964.50 \Rightarrow X' = 93964.50$$

التمرين 08-03

اقترض تاجر من أحد البنوك التجارية المبالغ التالية:

- مبلغ 120000 دينار على أن يسدده بعد 3 سنوات
- مبلغ 150000 دينار يستحق الدفع بعد سنتين من تسديد الدين الأول
- ثم مبلغ 130000 دينار يتم تسديده بعد سبع سنوات من الآن

ولكن قبل حلول تاريخ استحقاق الدين الأول بسنة واحدة اتفق هذا التاجر مع البنك على تأجيل تسديد جميع الديون بعشر سنوات من تاريخ الاتفاق. فما المبلغ الذي يجب أن يدفعه التاجر سدادا لجميع ديون، إذا ما تمت التسوية على أساس معدل 6% سداسيا.

التمرين 08-04

اتفق تاجر مع مؤسسة على تسديد مستحقاتها على النحو التالي:

- تسديد 5 دفعات عادية تستحق أولها بعد سنة من الآن قيمتها 12000 دينار
- تحرير ورقة تجارية قيمتها الاسمية 20000 دينار تستحق بعد عام من تسديد الدفعة الثالثة.
- ثم دفع مبلغ 35000 دينار بعد سنتين من تاريخ استحقاق الورقة التجارية.

ولكن، نتيجة لظروف تتعلق بمركزه المالي اتفق هذا التاجر مع المؤسسة الدائنة على أن يسدد جميع ما عليه من ديون مرة واحدة عند تاريخ تسديد الدفعة الثانية مباشرة.

- احسب ما يجب أن يدفعه هذا التاجر للمؤسسة في التاريخ المذكور، إذا علمت أن معدل الفائدة والخصم المعتمد في تسوية مثل هذه الديون هو 8% سنوياً.

التمرين 08-05

شخص مدين بالأوراق التالية:

- 80000 دينار تستحق الدفع بعد أربع سنوات
- 100000 دينار تستحق الدفع بعد خمس سنوات
- 220000 دينار تستحق الدفع بعد سبع سنوات

فإذا أراد استبدال جميع هذه الأوراق بورقة واحدة تستحق الدفع بعد سنتين من الآن، فما قيمة هذه الورقة، إذا علمت أن معدل الخصم هو 12% سنويا.

التمرين 08-06

يرغب شخص في إستبدال الديون التالية:

- مبلغ 50000 دينار يستحق السداد بعد سنة من الآن
- ومبلغ 15000 دينار يستحق السداد بعد ثلاث سنوات

بدين واحد قيمته الاسمية 60000 دينار، فإذا كان معدل الخصم والفائدة المركبة هو 10% سنويا فما هو تاريخ استحقاق الدين الجديد

التمرين 08-07

تاجر مدين بالمبالغ التالية

- 10000 دينار تستحق بعد سنة
- 15000 دينار تستحق السداد بعد سنتين من الآن
- 25000 دينار تستحق بعد ثلاثة سنوات

وقبل استحقاق أول دين بستة شهور اتفق مع البنك على استبدال هذه الديون بدينين الأول ضعف الثاني يستحق الأول بعد ثلاثة سنوات ونصف والثاني بعد أربع سنوات ونصف من الآن بفائدة مركبة معدلها 11% سنويا، أحسب قيمة كل من الدينين الجديدين.

التمرين 08-08

شخص مدين بالمبالغ التالية

- 10000 دينار تستحق الدفع بعد سنة
- 15000 دينار تستحق السداد بعد سنتين
- 25000 دينار تستحق بعد أربع سنوات
- 25000 دينار تستحق بعد خمس سنوات

أراد استبدال هذه الديون بحيث يدفع نصف ما عليه الآن والباقي يحرره في شكل ورقة تستحق الدفع بعد ثلاثة سنوات من الآن بمعدل خصم وفائدة مركبة 12% سنويا.

المطلوب: أحسب

- المبلغ الذي سيدفعه الآن نقداً.
- قيمة الورقة التجارية.

التمرين 08-09

في منتصف سنة 2008 اقترضت إحدى المؤسسات من البنك المبالغ التالية، وقد اتفقت مع البنك على أن تسددها كما يلي:

- 20000 دينار تستحق في نهاية سنة 2014
- 40000 دينار تستحق في نهاية 2018
- 40000 دينار تستحق في نهاية 2019

وفي بداية سنة 2012 أعادت الاتفاق مع البنك على تسوية جميع هذه الديون مرة واحدة في نهاية سنة 2017، كم يتوجب عليها دفعه سدادا لهذه الديون، إذا علمت أن البنك يحتسب الفوائد المركبة بنسبة 10% سنويا، وأن معدل الخصم هو 12% سنويا.

الفصل التاسع

9

استهلاك القروض

استهلاك القروض

مع التوسع الهائل للمعاملات في الحياة العملية وللتعاملات في النشاطات التجارية ، فإنه غالباً ما يلجأ الأفراد لعمليات تجارية مختلفة أمام زيادة حركة البيع بالتقسيط. كما يلجأ أيضاً رجال المال والأعمال إلى عمليات الاقتراض من البنوك بغرض توفير السيولة النقدية اللازمة. فإذا كانت القروض هي مبالغ مالية تُستحق على شخص ما سواء كان طبيعياً أو اعتبارياً، فإن عملية سداد هذه القروض أو ما يطلق عليه عملية استهلاك القروض تتم وفقاً للاتفاق بين الطرفين حول مبلغ القرض وشروطه أو في عدد الأقساط والمدة الزمنية الفاصلة بين كل قسطين. يتعلق الأمر هنا بالقروض طويلة الأجل سواء كانت قروض استهلاك أو قروض استثمار. لذلك، تحسب الفوائد بمعدلات الفائدة المركبة، ولأن مدة احتساب هذه الفوائد طويلة فإن استهلاك هذه القروض يتم على أقساط وفقاً لجداول زمنية تحدد التواريخ والمبالغ المستحقة، تسمى جداول استهلاك القروض، حيث تشمل الأقساط جزء متعلق بسداد القرض ويسمى استهلاك القرض ويتعلق الجزء الآخر بالفوائد ويعتبر محاسبيا تكلفة مالية.

بناء على ذلك، توجد طرق مختلفة في السوق المالية من أجل سداد القروض من أهمها ما يلي:-

1. استهلاك القرض دفعة واحدة: تسديد مبلغ القرض مع فوائده في نهاية مدة الاقتراض
2. استهلاك القرض دفعة واحدة: تسديد الفوائد دورياً بينما مبلغ القرض يسدد في نهاية المدة
3. استهلاك القرض على أقساط: تسديد المبلغ المقترض بفوائده معا على شكل دفعات
4. استهلاك القرض على أقساط: تسديد القرض بأقساط متساوية من الأصل والفوائد دوريا

9-1- استهلاك القرض دفعة واحدة: سداد القرض وفوائده في نهاية المدة

تستخدم هذه الطريقة عندما يتم الاتفاق بين الدائن والمدين على أن يلتزم هذا الأخير بسداد قيمة القرض والفوائد المترتبة عليه مرة واحدة فى نهاية المدة المتفق عليها، وفى هذه الحالة فان على الشخص المدين أن يدفع للدائن جملة القرض أى يسدد مبلغ القرض مضافاً إليه الفوائد المستحقة، وفقاً لمعدلات الفائدة المعمول به عند عقد اتفاق القرض، وبمقتضى هذه الطريقة في السداد، فإنه لا تختلف طريقة حساب جملة القرض عن حساب جملة مبلغ أو القيمة الاسمية التي اشرنا إليها فيما سبق، وبالتالي يمكن استخدام في هذه الحالة قانون الجملة:-

∵ جملة القرض على أساس معدل الفائدة المركبة، هي: $S=C(1+i)^n$

مثال 09-01: اقترض شخص من أحد البنوك التجارية المبالغ التالية:

- 26000 دينار على أساس معدل فائدة مركبة 10% سنوياً
- 34000 دينار على أساس معدل فائدة مركبة 8% سنوياً

ولقد تعهد هذا الشخص للبنك على أن يسدد كل ما عليه من ديون كاملة (المبالغ والفوائد المترتبة عليها) بعد ثلاث سنوات.

المطلوب: حساب ما يجب أن يدفعه للبنك سداداً لهذه الديون.

الحل: ما يجب أن يدفعه هذا الشخص للبنك سداداً لهذه الديون بعد نهاية مدة الاقتراض هو جملة المبلغ الأول، أي جملة القرض الأول على أساس فوائد بسيطة بالإضافة إلى جملة المبلغ الثاني أي جملة القرض الثاني على أساس الفوائد المركبة. وعليه، فإن:

❶- جملة القرض الأول:

$$S_1=C_1(1+i_1)^n=26000(1+0.1)^3 \Rightarrow S_1=34606$$

مع العلم أن الفوائد المترتبة عليه من المبلغ الأول هي: (26000 - 34606) = 8606 دينار

❷- جملة القرض الثاني:

$$S_2=C_2(1+i_2)^n=34000(1+0.08)^3 \Rightarrow S_2=42830,21$$

اما الفوائد المترتبة عليه من المبلغ الثاني هي: (34000 - 42830,21) = 8830.21 دينار

∵ ما يجب أن يدفعه هذا الشخص للبنك هو جملتي القرض الأول والثاني معاً

(42830.21 + 34606) = 77436.21 دينار

الجدول التالي يبين استهلاك القرض الأول والثاني معا

الفترة	أصل الدين	استهلاك القرض	الاستهلاك المتراكم	الفائدة	الفوائد المتركمة	القسط
1	26000			2600	2600	
	34000			2720	2720	
2	28600			2860	5460	
	36720			2937,6	5657,6	
3	31460	26000	31460	3146	8606	34606
	39657,6	34000	39657,6	3172,6	8830,2	42830,2
Σ	71117,6	60000	71117,6	17436,2	14487,8	77436,2

يتضح من الجدول السابق أن إجمالي القسط في نهاية مدة القرض وقيمته 76630,21 دينار يمثل جملة الدين الأول والثاني معا كما تم حسابه سابقا، حيث تمثل الجملة في هذه الحالة الجزء المتعلق بسداد القرض أو ما يسمى استهلاك القرض وقيمته 26000 دينار بالنسبة للدين الأول و34000 دينار بالنسبة للدين الثاني بينما يتعلق الجزء الآخر من القسط بالفوائد المتراكمة والمترتبة على كل مبلغ لأن المدين تعهد بسداد قيمة القرض والفوائد المترتبة عليه مرة واحدة في نهاية مدة القرض، لذلك يمكن الحصول على نفس النتيجة بإضافة إجمالي الفوائد المتراكمة في نهاية مدة القرض 16630,21 دينار مع مجموع استهلاك القرض في نهاية المدة 60000 دينار أو عن طريق إضافة مجموع الفوائد 10972,61 دينار إلى الاستهلاك المتراكم في نهاية السنة الأخيرة والبالغ قيمته 65657,6 دينار.

9-2- استهلاك القرض دفعة واحدة: تسديد الفوائد دورياً والقرض في نهاية المدة

عادة ما يتم الاتفاق بين الدائن والمدين على أن يتم تسديد قيمة القرض مرة واحدة كما هو في نهاية المدة المتفق عليها، أما ما يترتب على المدين من فوائد القرض فإنه يتم تسديدها في شكل دفعات على وحدات زمنية منتظمة خلال مدة القرض المتفق عليها، وهذه الفوائد التي يدفعها المدين تسمى بالفوائد الدورية وهي عادة ما تكون في نهاية الوحدة الزمنية حيث يتحمل المدين فوائد التأخير عن كل دفعة يتأخر في سدادها في مواعيدها بمعدل فائدة أكبر. وفي هذه الحالة فان على الشخص المدين أن يدفع للدائن الفوائد المستحقة عليه في مواعيدها وفي نهاية مدة القرض عليه أن يسدد مبلغ القرض، وبمقتضى ذلك تكون:

الفوائد الدورية = (مبلغ القرض).(معدل الفائدة).(الوحدة الزمنية)

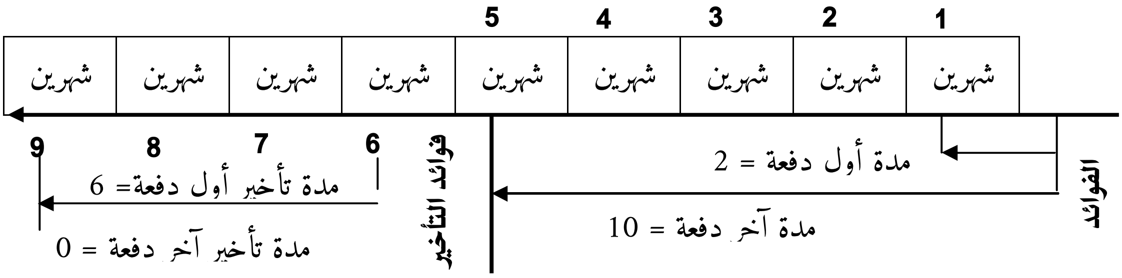
مثال 09-02:

اقترض شخص مبلغ 30000 دينار لمدة سنة ونصف بمعدل فائدة 10% سنوياً وقد اتفق مع دائنه على دفع الفوائد المستحقة عليه في نهاية كل شهرين وبصفة منتظمة، ويسدد قيمة القرض في نهاية المدة المتفق عليها. وبعد سداد أول خمس دفعات من الفوائد المستحقة عليه تأخر عن سداد باقي الفوائد الأخرى. وقد اتفق مع دائنه على تسديدها مع مبلغ القرض في نهاية المدة بمعدل فائدة بسيطة 12% سنوياً.

المطلوب: ما هو المبلغ الذي على هذا الشخص دفعه في نهاية مدة القرض؟

الحل:

التمثيل البياني للمسألة



①- الفوائد المسددة

فائدة الدفعة الواحدة (كل شهرين)= $(30000).(0.1).(\frac{2}{12})$ = 500 دينار

عدد دفعات الفوائد المسددة = 5 دفعات عادية (تدفع في نهاية كل شهرين)

مجموع الدفعات = (500)x(05) = 2500 دينار

ولأن قيمة القرض تسدد في نهاية المدة يكون القسط المدفوع كل شهرين هو 500 دينار خلال الخمسة أقساط الأولى، وعليه مجموع الأقساط هو 2500 دينار

②- فوائد التأخير

عدد دفعات فوائد التأخير = 4 دفعات فورية

①- مجموع دفعات التأخير= (500)x(04) = 2000 دينار

②- مجموع فوائد التأخير:

- مدة تأخير أول دفعة = 6 شهور

- مدة تأخير آخر دفعة = صفر

$$\sum I = (C)(i)\left(\frac{N}{2}\right)(n_1 + n_2) = (500).(0.12)\left(\frac{4}{2}\right)\left(\frac{6}{12}+\frac{0}{12}\right) = 60$$

جملة دفعات التأخير= 2000 + 60 = 2060 دينار

③- قسط الاستهلاك = أصل القرض + مجموع الأقساط المسددة + جملة فوائد التأخير

قسط الاستهلاك = 30000 + 2500 + 2060 = 34560 دينار

يمكن تمثيل ذلك في الجدول التالي:

الدفعات	أصل الدين	استهلاك القرض	الاستهلاك المتراكم	الفائدة	الفوائد المتراكمة	القسط
1		0	0	500	500	500
2		0	0	500	1000	500
3		0	0	500	1500	500
4		0	0	500	2000	500
5		0	0	500	2500	500
6	500	0	0	30,0	30	0
7	500	0	0	20,0	50	0
8	500	0	0	10,0	60	0
9	500	32000	32000	0,0	60	32060
∑	2000	32000	32000	2560	2560	3456 0

لاحظ من خلال الجدول أن إجمالي القسط في نهاية المدة قيمته 34560 دينار وتمثل فوائد التأخير وقيمتها 60 دينار ومبلغ استهلاك القرض في نهاية المدة والبالغة قيمتها 32000 دينار والناتجة عن أصل القرض وقيمة أقساط دفعات التأخير والتي تم الاتفاق على تسديدها مع القرض في نهاية المدة.

يمكن الوصول إلى ذات النتيجة بإضافة أجمالي الفوائد المتراكمة في نهاية المدة 2560 دينار مع الاستهلاك المتراكم في نهاية المدة 32000 دينار أو عن طريق إضافة مجموع الفوائد 2560 دينار إلى الاستهلاك المتراكم في نهاية السنة الأخيرة والبالغ قيمته 32000 دينار.

3-9- استهلاك القرض على أقساط: سداد القرض وفوائده على شكل دفعات

تبعاً لهذه الطريقة فإن استهلاك القرض بفوائده يتم بأقساط في شكل دفعات عادية أو فورية بحسب الاتفاق، وهذه الطريقة أكثر استعمالا في حالات البيع بالتقسيط، والقاعدة في هذه الحالة هي أن تكون قيمة القرض تعادل القيمة الحالية للأقساط ومدته هي مدة استهلاك القرض وبالتالي يمكن متابعة المستحق من الدين خلال كل وحدة زمنية طوال مدة القرض، بإعداد جدول استهلاك القرض، يكون فيه رصيد أول مدة هو أصل القرض، أما رصيد نهاية الوحدة السابقة والذي على أساسه تحتسب الفائدة هو رصيد الفترة لاحقة... وهكذا

مثال 09-03: اقترض شخص مبلغ 8000 دينار واتفق مع دائنه على أن يسدد قيمة القرض وفوائده على خمسة أقساط سنوية متساوية تدفع في نهاية كل سنة على أن تحتسب خلال هذه المدة فوائد مركبة بمعدل 9% سنوياً.

المطلوب:

1. حساب القسط السنوي
2. مجموع الفوائد التي يدفعها هذا الشخص
3. وضع جدول يبين استهلاك القرض

الحل:

يجب تطبيق القاعدة المعمول بها في هكذا حالة والتي تقول انه يجب أن تكون القيمة الحالية للأقساط تساوي قيمة القرض، لذلك يجب حساب القيمة الحالية للإقساط السنوية بما تتضمنه من فوائد واستهلاك القرض

- القيمة الحالية للدفعات العادية (الأقساط السنوية)

$$\sum_{j=1}^{m} C_j = \mathrm{S}.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \mathrm{S}.\frac{1-(1+0.09)^{-5}}{0.09} = 8000 \Rightarrow \mathrm{S} = \frac{(8000).(0.09)}{1-(1+0.09)^{-5}} \Rightarrow \mathrm{S} = 2056,74$$

وبالتالي فإن قيمة القسط الذي يسدده هذا الشخص سنويا هو **2056.74** دينار ولمدة خمس سنوات، وبهذا يسدد هذا الشخص خلال مدة الاقتراض مبلغ:

(2056.74). (5) = 10283.70 دينار

مجموع الفوائد التي يدفعها هذا الشخص = (10283.70) - (8000) = 2283.70 دينار

الجدول التالي يبين كيفية استهلاك القرض

الدفعات	أصل الدين	استهلاك القرض	الاستهلاك المتراكم	الفائدة	الرصيد المتبقي من القرض	القسط
1	8000,00	1336,74	1336,74	720	6663,26	2056,74
2	6663,26	1457,05	2793,79	599,7	5206,21	2056,74
3	5206,21	1588,18	4381,97	468,6	3618,03	2056,74
4	3618,03	1731,12	6113,08	325,6	1886,92	2056,74
5	1886,92	1886,92	8000,00	169,8	00,00	2056,74
$\sum$	-	8000	-	2283,70	-	10283,70

من خلال جدول استهلاك القرض يتضح أن هذا الشخص يسدد أقساط متساوية في نهاية كل سنة وقيمة القسط الواحد 2056.74 دينار تشمل هذه الأقساط الفوائد المترتبة عليه لكل وحدة زمنية وهي متناقصة بتناقص قيمة أصل الدين، أما ما تبقى من القسط فهو يستخدم في سداد جزء من أصل المبلغ المقترض ويسمى إستهلاك القرض. بحيث نلاحظ أنه في نهاية مدة القرض أن الرصيد المتبقي من القرض يساوي الصفر، وبذلك يكون الشخص المدين قد قام بسداد كامل القرض 8000 دينار وما ترتب عليه من فوائد 2283,70 دينار، وقد بلغ إجمالي الأقساط في نهاية المدة مبلغ 10283,70 دينار.

9-4- استهلاك القرض على أقساط: تسديد القرض بأقساط متساوية من الأصل والفوائد دوريا

يتم في الحالة التي يتم فيها الاتفاق بين الدائن والمدين على أن يتم سداد القرض في شكل أقساط من أصل القرض أما الفوائد تدفع دوريا على الرصيد المتبقي من القرض، ووفقا لهذه الطريقة تحسب قيمة القسط لكل وحدة زمنية بقسمة مبلغ القرض على الفترة الزمنية للدين ليتحدد مقدار القسط ثم يتم حساب الفائدة على رصيد بداية الوحدة الزمنية.

مثال 09-03: بالرجوع للمثال السابق وعلى اقترض أن هذا الشخص قد اتفق مع دائنه على أن يسدد قيمة القرض على خمسة أقساط سنوية متساوية والفوائد تدفع في نهاية كل سنة على أن تحتسب خلال هذه المدة فوائد مركبة بمعدل 9% سنوياً.

المطلوب:

1. حساب القسط السنوي
2. أعد وضع جدول استهلاك القرض
3. مجموع الفوائد التي يدفعها هذا الشخص

الحل:

❶- القسط السنوي = $C = \frac{8000}{5} = 1600$

❷- الجدول استهلاك القرض

الدفعات	أصل الدين	استهلاك القرض	الاستهلاك المتراكم	الفائدة	الرصيد المتبقي	القسط
1	8000	1600	1600	720	6400	2320
2	6400	1600	3200	576	4800	2176
3	4800	1600	4800	432	3200	2032
4	3200	1600	6400	288	1600	1888
5	1600	1600	8000	144	00,00	1744
□	-	8000	-	2160	-	10160

❸- مجموع الفوائد = 2160 دينار او (10160)-(8000) = 2160 دينار

مقارنة بالحالة السابقة ومن خلال جدول استهلاك القرض في حالة سداد أصل القرض على أقساط متساوية يتضح أن هذا الشخص يسدد في نهاية كل سنة أقساط غير متساوية بلغت في مجموعها قيمة 10160 دينار وهي تقل في مجموعها عمّ كان يدفعه في الحالة السابقة 10283,70 دينار وهذا نتيجة انخفاض في قيمة الفوائد الدورية المترتبة على كل وحدة زمنية رغم ثبات قيمة استهلاك القرض. بحيث نلاحظ أنه في نهاية مدة القرض أن الرصيد المتبقي من القرض يساوي الصفر، وبذلك يكون الشخص المدين قد قام بسداد كامل القرض والذي يساوي مجموع استهلاك القرض وقيمته 8000 دينار بالإضافة إلى ما ترتب من فوائد 2160 دينار، وبذلك فقد بلغ إجمالي الأقساط في نهاية المدة مبلغ 10160 دينار.

تمارين

التمرين (09-01): اقترض شخص مبلغ 60000 دينار من أحد البنوك واتفق معه على سداد هذا القرض بفوائده بعد ثماني شهور بمعدل فائدة بسيطة 10% سنوياً.

فما هو المبلغ الواجب سداده للبنك وما مجموع الفوائد المترتبة على هذا الشخص اتجاه البنك؟

الحل: حسب الاتفاق بين الطرفين فإن ما يجب أن يدفعه هذا الشخص للبنك سداداً للدين بعد نهاية مدة الاقتراض هو جملة المبلغ على أساس فوائد بسيطة. وعليه، فإن:

❶- جملة القرض الأول: $S = C(1+ni) = 60000\left[(1+\frac{8}{12}(0.1)\right] \Rightarrow S = 64000$

❷- مجموع الفوائد: (60000 - 64000) = 4000 دينار

❸- جدول استهلاك القرض

الفترة	أصل الدين	استهلاك القرض	الاستهلاك المتراكم	الفائدة	الفوائد المتراكمة	القسط
1	60000	00	00	500	500	-
2	60000	00	00	500	1000	-
3	60000	00	00	500	1500	-
4	60000	00	00	500	2000	-
5	60000	00	00	500	2500	-
6	60000	00	00	500	3000	-
7	60000	00	00	500	3500	-
8	60000	60000	60000	500	4000	64000
$\sum$	-	60000	-	4000	-	64000

من خلال جدول استهلاك القرض نجد أن إجمالي القسط في نهاية مدة القرض وقيمته 64000 دينار هو جملة الدين كما تم حسابه سابقا، وتتمثل الجملة في هذه الحالة الجزء المتعلق باستهلاك القرض وقيمته 60000 دينار و4000 دينار والذي يمثل الجزء المتعلق بالفوائد المتراكمة والمترتبة على هذا الشخص.

التمرين (09-02): اقترضت إحدى المؤسسات مبلغ 120000 و.ن لمدة خمس سنوات بمعدل فائدة بسيطة 12% سنوياً وقد اتفقت مع البنك على سداد القرض في نهاية المدة، وأن تدفع الفوائد المستحقة عليها في نهاية كل سداسي.

المطلوب:

- ما مقدار كل دفعة وما المبلغ الذي عليها دفعه في نهاية مدة القرض؟

الحل:

❶ - فائدة الدفعة الواحدة (كل سداسي) = $(120000).(0.12).(\frac{6}{12}) = 7200$ و.ن

عدد دفعات الفوائد = 10 دفعات عادية (تدفع في نهاية كل سداسي)

مجموع الدفعات (اجمالي الفوائد) = $(7200)x(10) = 72000$ و.ن

ولأن قيمة القرض تسدد في نهاية المدة يكون القسط المدفوع كل سداسي هو 7200 و.ن خلال خمس سنوات، وعليه مجموع الأقساط هو 72000 و.ن

❷ - المبلغ الذي على المؤسسة دفعه في نهاية مدة القرض، يمثل قسط الاستهلاك

قسط الاستهلاك = اصل القرض + فائدة أخر سداسي

قسط الاستهلاك = $120000 + 7200 = 127200$ و.ن

وعليه، فإن المؤسسة تسدد المبلغ المقترض والبالغ قيمته 120000 و.ن وإجمالي دفعات الفوائد المترتبة عليها طيلة مدة القرض وقيمتها 72000 و.ن ويكون مجموع ما تسدده 192000 و.ن.

❸ - جدول استهلاك القرض

السداسيات	أصل الدين	استهلاك القرض	الاستهلاك المتراكم	الرصيد المتبقي	الفائدة	الفوائد المتركمة	القسط
1	120000	00	00	120000	7200	7200	7200
2	120000	00	00	120000	7200	14400	7200
3	120000	00	00	120000	7200	21600	7200
4	120000	00	00	120000	7200	28800	7200
5	120000	00	00	120000	7200	36000	7200
6	120000	00	00	120000	7200	43200	7200
7	120000	00	00	120000	7200	50400	7200
8	120000	00	00	120000	7200	57600	7200
9	120000	00	00	120000	7200	64800	7200
10	120000	120000	120000	00	7200	72000	127200
$\sum$	-	-	120000	-	72000	-	192000

التمرين (09-03): اقترض شخص مبلغ 20000 دينار وقد اتفق مع دائنه على أن يتم تسديد المستحقات السنوية من أصل القرض والفوائد المترتبة عليه خلال مدة ثماني سنوات، على أن تحتسب خلالها الفوائد بمعدل فائدة مركبة 6% سنوياً.

المطلوب:

1. حساب القسط السنوي
2. حساب مجموع الفوائد التي يدفعها هذا الشخص
3. ضع جدول يبين استهلاك القرض
4. بعد دفع القسط الرابع تم الاتفاق على تسديد القيمة المتبقية من القرض على أربع أقساط سنوية متساوية أما الفوائد تدفع دوريا على الرصيد المتبقي. أعد جدول استهلاك القرض.

الحل:

❶ - حساب القسط السنوي

يجب أن تكون القيمة الحالية للأقساط تساوي قيمة القرض، طبقاً للقاعدة المعمول بها في هذه الحالة، لذلك يجب حساب القيمة الحالية للأقساط بما تتضمنه من فوائد واستهلاك القرض

- القيمة الحالية للدفعات العادية (الأقساط السنوية)

$$S.\frac{1-(1+0.06)^{-8}}{0.06} = 20000 \Rightarrow S = \frac{(20000).(0.06)}{1-(1+0.06)^{-8}} \Rightarrow S = 3220.72$$

وبالتالي فإن قيمة القسط الذي يسدده هذا الشخص سنويا هو 3220.72 دينار ولمدة ثماني سنوات، وبهذا يسدد هذا الشخص خلال مدة الاقتراض مبلغ:

(3220.72) x (8) = 25765,76 دينار

❷ - مجموع الفوائد التي يدفعها = (20000 -25765,76) = 5765.76 دينار

ويمكن الوصول لنفس النتيجة باستخدام جدول استهلاك القرض

❸ - جدول استهلاك القرض

الدفعات	أصل الدين	استهلاك القرض	الاستهلاك المتراكم	الفائدة	الرصيد المتبقي من القرض	القسط
1	20000	2020,72	2020,72	1200	17979,28	3220,72
2	17979,28	2141,96	4162,68	1078,76	15837,32	3220,72
3	15837,32	2270,48	6433,16	950,24	13566,84	3220,72
4	13566,84	2406,71	8839,87	814,01	11160,13	3220,72
5	11160,13	2551,11	11390,99	669,61	8609,01	3220,72
6	8609,01	2704,18	14095,17	516,54	5904,83	3220,72
7	5904,83	2866,43	16961,60	354,29	3038,40	3220,72
8	3038,40	3038,42	20000	182,30	00,00	3220,72
$\sum$	-	20000	-	5765,76	-	25765,76

يسدد هذا الشخص سنوياً قسطا ثابتاً مقداره 3220,72 دينار يتضمن هذا القسط الجزء المتعلق بالفوائد السنوية على رصيد بداية كل فترة مع ملاحظة أن الفوائد السنوية في هذه الحالة لا تُعلى بل يتم تسديدها، أما الجزء الآخر المتبقي من قيمة القسط فهو يتعلق بسداد مبلغ من القرض.

❹ - جدول استهلاك القرض

الدفعات	أصل الدين	استهلاك القرض	الاستهلاك المتراكم	الفائدة	الرصيد المتبقي من القرض	القسط
1	20000	2020,72	2020,72	1200	17979,28	3220,72
2	17979,28	2141,96	4162,68	1078,76	15837,32	3220,72
3	15837,32	2270,48	6433,16	950,24	13566,84	3220,72
4	13566,84	2406,71	8839,87	814,01	11160,13	3220,72
5	11160,13	2790,03	11629,91	669,61	8370,09	3459,64
6	8370,09	2790,03	14419,94	502,21	5580,06	3292,24
7	5580,06	2790,03	17209,97	334,80	2790,03	3124,84
8	2790,03	2790,03	20000	167,40	00,00	2957,43
$\sum$	-	20000	-	5717,02	-	25717,02

التمرين 09-04

اقترض أحد الأشخاص مبلغ 60000 دينار، بمعدل فائدة مركبة 8% سنويا. ومبلغ 40000 دينار بمعدل فائدة مركبة 6% سنويا، وقد تعهد على أن يتم سداد كل ما عليه، (أصل القرض بفوائده) بعد 10 سنوات من الآن؟

- ما المبلغ الواجب سداده بنهاية مدة القرض؟
- وما مجموع الفوائد التي يدفعها هذا الشخص؟

التمرين 09-05

مبلغ ما تم اقتراضه من أحد البنوك على أن يتم سداد مرة واحدة مبلغ 64000 دينار (القرض بفوائده) بعد ثماني شهور من الآن بمعدل فائدة بسيطة 12% سنويا

المطلوب: أوجد أصل المبلغ المقترض.

التمرين 09-06

اقترض تاجر المبالغ التالية:

- المبلغ الأول 220000 دينار، تضاف الفوائد على الأصل كل سداسي.
- ثم وبعد سنة أقترض مبلغ 360000 دينار، تضاف الفوائد كل ثلاثي.
- وبعد ثلاث سنوات من اقتراض المبلغ الأول أقترض مبلغ 580000 دينار، تضاف الفوائد شهريا.

- وقد اتفق مع البنك على أن يسدد المبالغ كلها بفوائدها بعد نهاية السنة الخامسة من تاريخ اقتراضه أول مبلغ. إذا علمت أن البنك يحتسب عليه فوائد مركبة بمعدل فائدة 12% سنوياً.

- ما المبلغ الذي يدفعه التاجر سدادا لهذه القروض؟
- وما مجموع الفوائد التي يدفعها للبنك؟

التمرين 09-07

اقترض شخص مبلغ 60000 دينار وقد تعهد بسداده على شكل أقساط شهرية متساوية من الأصل والفوائد معا لمدة سنة ونصف بمعدل فائدة بسيطة8% سنوياً.

المطلوب: أوجد مبلغ القسط الشهري، ومجموع الفوائد المترتبة على هذا الشخص.

التمرين 09-08

اقترض تاجر مبلغ 120000 دينار واتفق مع دائنه على أن يسدد القرض بفوائده بأقساط سنوية متساوية تدفع في نهاية كل سنة. ومبلغ 200000 دينار يسدد قيمته على أقساط سنوية متساوية من الأصل أما فوائد الرصيد المتبقي من القرض تدفع في نهاية كل سنة. على أن تحتسب الفوائد خلال مدة خمس سنوات على المبلغين بمعدل 10% سنوياً.

- أحسب القسط السنوي لكل مبلغ ومجموع ما ترتيب على هذا الشخص من فوائد.
- ضع جدول يبين كيفية استهلاك القرض للمبلغين.