**التمرين1**

قرر مجلس المالية لمؤسسة صناعية استثمار مبلغ 600000دج لشراء آلات الإنتاج خاصة، ووقع الإختيار على ثلاثة أنواع من الآلات (C,B,A) والجدول الموالي يوضح المعلومات الخاصة بالآلات:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| نوع الآلة | تكلفة شراء الآلة الواحدة (دج) | مدة تشغيل الآلة الواحدة في اليوم(ساعة) | إنتاج الآلة الواحدة في الساعة (وحدة/ساعة) | عدد العمال المطلوبين  لكل آلة |
| A | 6000 | 8 | 10 | 1 |
| B | 8000 | 7 | 15 | 1 |
| C | 10000 | 6 | 30 | 2 |

يتوفر لدى المؤسسة 100 عاملا يمكن استخدامهم على الآلات، كما أن المصنع لا يستطيع شراء أكثر من 80 آلة إضافية.

المطلوب: النموذج الرياضي الذي يمكن إدارة المؤسسة من تجديد عدد الآلات اللازمة من كل نوع لتحقيق أكبر طاقة إنتاجية ممكنة.

**التمرين2**

تدرس الخطوط الجوية الجزائرية إمكانية إقتناء طائرات جديدة لتوسيع نطاق خدماتها، وخصصت لذلك الغرض مبلغ 600 مليون دج . وبعد دراسة العروض المقدمة من قبل مصانع الطائرات وجدت أن هناك ثلاث أنواع من الطائرات يمكن الإختيار بينها:

ثمن الطائرة من النوع الأول: 8 ملايين دج

ثمن الطائرة من النوع الثاني: 6 ملايين دج

ثمن الطائرة من النوع الثالث: 12 مليون دج

يقدر الربح الصافي اليومي من كل طائرة بـ 8 آلاف، 7 آلاف و 9 آلاف دج على التوالي.

يوجد لدى المؤسسة 600 شخصا يشتغلون كملاحين، ولاحظت المؤسسة أن كل طائرة من النوع الأول يحتاج إلى 5 ملاحين، بينما تحتاج كل طائرة من النوع الثاني إلى 5 ملاحين والنوع الثالث لـ 4 ملاحين.

بالنسبة للفنيين، يوجد 240 عاملا، حيث تحتاج كل طائرة من النوع الأول لـ 04 عمال لصيانتها ويحتاج النوع الثاني لـ 03 عمال ، بينما يحتاج النوع الثالث من الطائرة لـ 06 عمال لصيانتها.

المطلوب:

تحديد عدد ونوع الطائرات الواجب شراؤها بحيث يكون الربح في حده الأقصى.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | | |  |  |  |  |  |  |  |

**حل النماذج العامة:**

النموذج الذي يحتوي على قيود من الشكل (أقل أو تساوي ) يتم تحويله الى ؛ 

أما النموذج الذي يحتوي على قيود من الشكل (أكبر أو تساوي  ) نضيف متغيرة زيادة ومتغيرة اصطناعية؛ مثلا:



أي نضيف متغيرة إصطناعية (A2) لأنه في حالة عدم الإنتاج نتحصل على؛

، وهذه النتيجة مرفوضة.

**المتغيرة الإصطناعية :** هي متغيرة تساعدنا في الحل فقط وليس لها معنى اقتصادي أي لا يمكن أن تظهر في الحل تماما. ما دامت لا يجب أن تظهر في الحل إذن يجب تحميلها بغرامة كبيرة جدا في الحل تدعى(M) تعمل تماما عكس دالة الهدف.

فإذا كانت مسألة MAX فإنها تكون( (–M،

أي :

وفي مسألةMIN فإنها تكون (+M)، وتدعى هذه الطريقة بأسلوب M.



**مثال:**  ليكن لدينا النموذج الرياضي التالي:

Max Z= 6x1+4x2

2x1+3x2≤120

4x1+2x2≤100

X1=10

X2≥20

X1,x2≥0

**الحل**

**تحويل النموذج العام إلى الشكل المعياري:**

Max z= 6x1+4x2+0A1+0A2-MA3+0A4-MA5

2x1+3x2+A1=120

4x1+2x2+A2=100

X1+A3=10

X2-A4+A5=20

X1,x2,A1 ,A2,A3,A4,A5≥0

يتم حل هذه المسألة بواسطة طريقة السمبلاكس كما يلي:

نعلم ان -A4 متغيرة سالبة وتبقى المتغيرة الإصطناعية A5 =20 .

في القيود من النوع ≥، فانه في جدول السمبلاكس الأول الخاص بحالة عدم الإنتاج، فان المتغير الإصطناعي هو الذي يكون مساويا للكمية المباعة، مثلا A5=20.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -M | 0 | -M | 0 | 0 | 4 | 6 |  | | |
|  | A5 | A4 | A3 | A2 | A1 | X2 | X1 |
| 60 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 2 | 120 | A1 | 0 |
| 25 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 4 | 100 | A2 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 10 | A3 | -M |
| ∝ | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 20 | A5 | -M |
|  | 0 | +M | 0 | 0 | 0 | -M-4 | -M-6 | Z=-30M | | |

تتم عملية التحسين كما يلي:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -M | 0 | -M | 0 | 0 | 4 | 6 |  | | |
|  | A5 | A4 | A3 | A2 | A1 | X2 | X1 |
| 33.33 | 0 | 0 | -2 | 0 | 1 | 3 | 0 | 100 | A1 | 0 |
| 30 | 0 | 0 | -4 | 1 | 0 | 2 | 0 | 60 | A2 | 0 |
| ∝ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 10 | X1 | 6 |
| 20 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 20 | A5 | -M |
|  | 0 | +M | 6+M | 0 | 0 | -M-4 | 0 | Z=-60M-20M | | |

إن النتائج المتحصل عليها تتطلب عملية تحسين أخرى؛

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -M | 0 | -M | 0 | 0 | 4 | 6 |  | | |
|  | A5 | A4 | A3 | A2 | A1 | X2 | X1 |
| 13.33 | 03 | 3 | -2 | 0 | 1 | 3 | 0 | 40 | A1 | 0 |
| 10 | 02 | 2 | -4 | 1 | 0 | 2 | 0 | 20 | A2 | 0 |
| ∝ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 10 | X1 | 6 |
| -20 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 20 | X2 | 4 |
|  | 4+M | -4 | 6+M | 0 | 0 | 0 | 0 | Z=140 | | |

وعملية التحسين مرة أخرى تعطينا:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| -M | 0 | -M | 0 | 0 | 4 | 6 |  | | |
| A5 | A4 | A3 | A2 | A1 | X2 | X1 |
| 0 | 0 | +4 | 3/2 | 1 | 0 | 0 | 10 | A1 | 0 |
| -1 | 1 | -2 | ½ | 0 | 0 | 0 | 10 | A4 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 10 | X1 | 6 |
| 0 | 0 | 2 | ½ | 0 | 1 | 0 | 30 | X2 | 4 |
| +M | 0 | 14+M | 2 | 0 | 0 | 0 | Z=180 | | |

**X1 =10, X2 = 30, X3=X4=0, MAX z = 180**

**الحل الأمثل:**

* المرحلة الأولى: كانت خسارة تقدر ب-30M ثم انخفضت إلى 60-20M ثم تحقق ربح قدره 140 ثم ارتفع إلىZ=180 وهو أعظم ربح. ننتج 10 وحدات من x1و 30 وحدة من x2
* لاحظ انه لم يظهر أي متغير اصطناعي في الحل النهائي بالرغم من وجوده في الحلول الأخرى.
* كل متغيرة تدخل في الحل التقاء ما بين العمود والسطر تساوي 1.
* المتغيرات التي تدخل في الحل قيمها أصفارا في سطر التقييم و العمود.