جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
و علوم التسييـــر

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
و العلوم التجارية *LMD-SEGC*
السنــة الأولـــى.

سلسلة التمارين رقم 04 في مقياس الاحصاء الوصفي.

مقاييس النزعة المركزية: الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال.

التمرين الأول:

1. إذا كانت درجات طالب معين في الرياضيات والعلوم الطبيعية واللغة الانجليزية واللغة العربية هي على الترتيب:
82، 86، 90، 94. وإذا كانت معاملاتها هي:3، 5، 3، 1 على الترتيب.

المطلوب: أوجد متوسط هذه الدرجات.

2. إذا كان لدينا أربع مجموعات من الطلبة مكونة من 18، 10، 20، 15 شخصا، وكانت متوسطات أطوالهم 1.65، 1.75، 1.70، 1.69 مترا على الترتيب.

المطلوب: حدد متوسط الطول لكل هؤلاء الطلبة جميعا.

التمرين الثاني: في دراسة إحصائية قام بها أحد الباحثين حول إنتاج مادة الحليب في بعض المزارع الموجودة على مستوى ولاية باتنة، توصل هذا الباحث إلى النتائج المبينة في الجدول التالي: (الوحدة لتر/اليوم)

الجدول رقم (4-1): إنتاج الحليب في عينة من مزارع ولاية باتنة.

الإنتاج باللترات	200- 240	240- 280	280- 320	320- 360	360- 400
عدد المزارع	5	6	8	4	2

المطلوب: أحسب الوسط الحسابي لإنتاج الحليب بهذه المزارع. **المصدر:** افتراضي.

التمرين الثالث: يمثل الجدول التالي التوزيع التكراري لأجور عينة من العمال قِوامُها 50 عاملا، مع عدد ساعات عملهم:

الجدول رقم (4-2): أجور عينة من العمال وعدد ساعات عملهم.

فئات الأجور	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 - 100	المجموع
عدد العمال n_i	10	8	12	15	5	**50**
عدد ساعات العمل w_i	8	6	10	10	8	**42**

المطلوب: أحسب الوسط الحسابي المرجح أو الموزون لأجور العمال. **المصدر:** افتراضي.

التمـــرين الرابع:

1. أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لمجموعتي الأرقام التاليتين:
المجموعة أ: 6، 8، 2، 5، 9، 5، 6، 2، 5، 3. **المجموعة ب:** 48.7، 51.6، 48.9، 59.5، 50.3 .

2. سعر القطعة الواحدة لخمسة أنواع من الحلويات في محل هو 3.75$، 9.20$، 3.28$، 3.96$، 2.52$.

أ. أوجد كلا من: - الوسط الحسابي لسعر القطعة.
- وسيط سعر القطعة.

ب. حسب رأيك أيهما أحسن لتمثيل هذه الأسعار؟ ولماذا؟

ج. لو افترضنا أن التمرين لم يقيدك بحساب الوسط الحسابي والوسيط، فأيَّ متوسط تراه الأنسب لحساب متوسط أسعار الأنواع الخمسة من الحلوى؟

التمرين الخامس: فيما يلي البيانات الخام للأجر الساعي لخمسين عاملا في إحدى المؤسسات. (الوحدة: دج/ساعة)

الجدول رقم (4-3): بيانات الأجر الساعي لخمسين عاملا في إحدى المؤسسات.

42	34	54	42	34	51	42	38	30	25
28	53	35	47	38	52	26	50	40	39
32	36	41	53	36	41	31	35	41	34
48	38	46	29	46	45	37	45	44	37
27	43	47	31	40	44	45	44	33	40

المصدر: افتراضي.

1. أحسب: الوسيط، المنوال، الربيع الأول، الربيع الثالث، العشيرين الأول والسابع، المئينين الرابع والخامس عشر.

2. اشرح معنى كل مؤشر من المؤشرات السابقة.

التمرين السادس: إليك التوزيع التكراري التالي الخاص بالبيانات الخام لأجور العمال المبينة في التمرين الخامس.

الجدول رقم (4-4): التوزيع التكراري للأجر الساعي لخمسين عاملا في إحدى المؤسسات.

الفئات	29-25	34 -30	39-35	44-40	49-45	54-50	المجموع
التكرارات	5	8	10	13	8	6	**50**

المصدر: الجدول رقم (4-3).

1. أعد حساب المؤشرات السابقة انطلاقا من هذا التوزيع التكراري.

2. حدد بيانيا كلا من الوسيط والمنوال بالاعتماد على المضلع المتجمع الصاعد والمدرج التكراري على الترتيب.

التمرين السابع: إليك التوزيع التكراري التالي:

1. أحسب المنوال.

2. إذا افترضنا أن المنحنى التكراري لهذا التوزيع بسيط الالتواء:

أ- أعد حساب المنوال باستخدام العلاقة الاعتبارية بينه وبين الوسط الحسابي والوسيط.

ب- هل تعتقد أن افتراضنا في السؤال 2 كان صحيحا؟ ولمـــاذا؟

الجدول رقم (4-5): توزيع افتراضي

الفئــات	n_i
59.99 – 50.00	8
69.99 – 60.00	10
79.99 – 70.00	16
89.99 – 80.00	14
99.99 – 90.00	10
109.99 – 100.00	5
119.99 – 110.00	2
المجموع	**65**

المصدر: افتراضي

التمرين الثامن: إليك التوزيع التكراري التالي:

الجدول رقم (4-6): توزيع تكراري افتراضي.

الفئات	20 – 10	30 – 20	50 – 30	80 – 50	90 – 80	المجموع
n_i	12	13	32	47	15	**119**

المطلوب: أحسب منوال هذا التوزيع.

المصدر: افتراضي

تمرين مقترح:

إذا كانت لدينا سلسلة القيم: $x_1, x_2, \dots, x_n$ حيث $\bar{X}$ وسطها الحسابي، وكان لدينا $A, B, C;$ أعداد حقيقية.

المطلوب: أثبت أن $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X}) = 0$

$\bar{X} = \bar{Z} + A$ حيث $\bar{Z}$ الوسط الحسابي للسلسلة z_i و $z_i=x_i-A$

$\bar{Y} = C \times \bar{X}$ حيث $\bar{Y}$ الوسط الحسابي للسلسلة y_i و $y_i=C.x_i$

ملاحظة: الحلول المفصلة لهذه السلسلة موجودة في فيديو يوتيوب على قناة الدكتور عبابسة الهاشمي. فقط أكتب في خانة البحث: "hachemi ababsa"

جامعة محمد خيضر بسكرة	مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية	و العلوم التجارية *LMD-SEGC*
و علوم التسييــــر	السنــــة الأولــــى.

حلول سلسلة التمارين رقم 04 في مقياس الاحصاء الوصفي.

مقاييس النزعة المركزية: الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال.

حل التمرين الأول:

1 - حساب متوسط الدرجات: نحسب الوسط الحسابي المرجح بالأوزان (المعاملات) لدرجات الطالب، حيث x_i هي الدرجات و w_i هي أوزانها أو معاملاتها.

$$\bar{X} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} = \frac{(82 \times 3) + (86 \times 5) + (90 \times 3) + (94 \times 1)}{3+5+3+1} = \frac{1040}{12} = \mathbf{86,67}$$

2- **تحديد متوسط الطول لكل الطلبة**: أي حساب الوسط الحسابي الموحد للأوساط الحسابية لهذه المجموعات من الطلبة.

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i \bar{X}_i}{\sum n_i} = \frac{(18 \times 1,65) + (10 \times 1,75) + (20 \times 1,70) + (15 \times 1,69)}{63} = \mathbf{1,69\ m}$$

حل التمرين الثاني:

حساب الوسط الحسابي لإنتاج الحليب بهذه المزارع:

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{7180}{25} = \mathbf{287.2\ litres/j}$$

ملاحظة: *لو كان السؤال كالآتي: "**ما هو أنسب مؤشر لحساب متوسط انتاج الحليب؟**" لكان الجواب هو: "**الوسط التوافقي H**" وليس الوسط الحسابي، لأن وحدة القياس هي "**لتر/ اليوم**".. وسنتطرق لهذا في حل سلسلة التمارين رقم 05 القادمة.*

الجدول رقم (4-6): انتاج الحليب في عينة من مزارع باتنة

الفئات	n_i	x_i	$n_i.x_i$
240 – 200	5	220	1100
280 – 240	6	260	1560
320 – 280	8	300	2400
360 – 320	4	340	1360
400 – 360	2	380	760
المجموع	**25**	/	**7180**

المصدر: الجدول رقم (4-1)

حل التمرين الثالث: حساب الوسط الحسابي المرجح أو الموزون لأجور العمال:

يتم ترجيح الوسط الحسابي (المحسوب أصلا اعتمادا على التكرارات) بساعات العمل على النحو الآتي:

الجدول رقم (4-7): التوزيع التكراري لأجور عينة من العمال.

فئات الأجور	عدد العمال n_i	عدد ساعات العمل w_i	مراكز الفئات x_i	$ni \times wi \times xi$	$ni \times wi$
60 – 50	10	8	55	4400	80
70 – 60	8	6	65	3120	48
80 – 70	12	10	75	9000	120
90 – 80	15	10	85	12750	150
100 – 90	5	8	95	3800	40
المجموع	**50**	**42**		**33070**	**438**

المصدر: بيانات الجدول رقم (4-2)

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i w_i x_i}{\sum n_i . wi} = \frac{33070}{438} = \mathbf{75,50}$$

حل التمـــرين الرابع:

1. **إيجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال للمجموعتين أ و ب:**

أ. **المجموعة أ:**

- **حساب الوسط الحسابي:**

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3+5+2+6+5+9+5+2+8+6}{10} = \mathbf{5.1}$$

- **حساب الوسيط:**

أولا: نقوم بترتيب القيم ترتيبا تصاعديا: 2 , 2 , 3 , 5 , 5 | 5 , 6 , 6 , 8 , 9

ثانيا: نقوم بتحديد رتبة الوسيط بالعلاقة التالية:

$$M_e = x_{\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{10}{2}+\frac{1}{2}\right)} = x_{(5.5)} = 5 + 0.5(5-5) = \mathbf{5}$$

- **حساب المنوال:**

هو القيمة الأكثر تكرارا في هذه السلسلة أي أن $\boldsymbol{Mo = 5}$

ب. **المجموعة ب:**

- **حساب الوسط الحسابي:**

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{50{,}3+59{,}5+48{,}9+51{,}6+48{,}7}{5} = \frac{259}{5} = \mathbf{51{,}8}$$

- **حساب الوسيط:**

أولا: نقوم بترتيب القيم ترتيبا تصاعديا: 48,7 48,9 50,3 51,6 59,5

ثانيا: نقوم بتحديد رتبة الوسيط وقيمته بالعلاقة التالية:

$$M_e = x_{\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\right)} = x_{(3)} = \mathbf{50.3}$$

- **حساب المنوال**: هذه السلسلة عديمة المنوال لأنه لا توجد قيمة تكرر أكثر من غيرها.

2. **حساب الوسط الحسابي والوسيط لسعر قطعة الحلوى:**

✓ **حساب الوسط الحسابي:**

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3{,}75+9{,}2+3{,}28+3{,}96+2{,}52}{5} = \mathbf{4{,}54}\$$$

حساب الوسيط:

- **أولا**: نرتب القيم تصاعديا: 2,52 3,28 3,75 3,96 9,20
- **ثانيا**: تحديد رتبة الوسيط وقيمته:

$$M_e = x_{\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\right)} = x_{(3)} = \mathbf{3{,}75}\$$$

ب. المؤشر الأحسن لتمثيل هذه الأسعار هو **الوسيط**. لكون هذا الأخير لم يتأثر بإحدى القيم المتطرفة الموجودة في السلسلة وهي (9.20$) والتي تأثر بها الوسط الحسابي، مما يجعل الاعتماد عليه في الوصف والتحليل مُضللا.

ج. المتوسط الذي نراه الأنسب من بين مقاييس النزعة المركزية هو "**الوسط التوافقي**"، لأن الظاهرة عبارة عن أسعار، والوسط التوافقي هو الأنسب لحساب متوسط هذا النوع من الظواهر. (وحدة القياس هي: دولار / القطعة)

حل التمرين الخامس:

1. حساب الوسيط، المنوال، الربيعين الأول والثالث، العشيرين الأول والسابع والمئيّنَين الرابع والخامس عشر:

لحساب هذه المؤشرات (الوسيط وأشباهه)، لا بد أولا من ترتيب القيم تصاعديا[1].

51	46	44	42	40	38	36	34	30	25
52	47	45	42	41	38	36	34	31	26
53	47	45	43	41	39	37	34	31	27
53	48	45	44	41	40	37	35	32	28
54	50	46	44	42	40	38	35	33	29

- حساب الوسيط:

$$M_e = x_{\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{50}{2}+\frac{1}{2}\right)} = x_{(25.5)} = 40 + 0.5(40-40) = \mathbf{40\ DA/h}$$

- حساب المنوال: نلاحظ أن هذه المجموعة متعددة المنوال. *(Plurimodale)* والمنوال كما نعلم هو القيمة الأكثر تكرارا، والتكرار الأعلى هنا هو 3 ، حيث تكررت سبعُ قيم بهذا التكرار، إذن لدينا سبعة منوالات وهي:

$$\mathrm{M_{O1}} = 34\ ,\quad \mathrm{M_{O2}} = 38\ ,\quad \mathrm{M_{O3}} = 40\ ,\quad \mathrm{M_{O4}} = 41\ ,\quad \mathrm{M_{O5}} = 42\ ,\quad \mathrm{M_{O6}} = 44\ ,\quad \mathrm{M_{O7}} = 45\ .$$

- حساب أشباه الوسيط:

✓ **الربيع الثالث:**

$$Q_3 = X_{\left(\frac{3n}{4}+\frac{1}{2}\right)} = X_{38} = \mathbf{45\ DA/h}$$

✓ **العشير الأول:**

$$D_1 = x_{\left(\frac{n}{10}+\frac{1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{50}{10}+\frac{1}{2}\right)} = x_{(5.5)} = 29 + 0.5(30-29) = \mathbf{29.5\ DA/h}$$

✓ **العشير السابع:**

$$D_7 = x_{\left(\frac{7n}{10}+\frac{1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{350}{10}+\frac{1}{2}\right)} = x_{(35.5)} = 44 + 0.5(44-44) = \mathbf{44\ DA/h}$$

✓ **المئين الرابع:**

$$P_4 = x_{\left(\frac{4n}{100}+\frac{1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{200}{100}+\frac{1}{2}\right)} = x_{(2.5)} = 26 + 0.5(27-26) = \mathbf{26.5\ DA/h}$$

✓ **المئين الخامس عشر:**

$$P_{15} = x_{\left(\frac{15n}{100}+\frac{1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{750}{100}+\frac{1}{2}\right)} = x_{(8)} = \mathbf{31\ DA/h}$$

---

[1] **ملاحظة:** في المنوال لا يشترط ترتيب القيم، إلا ان هذا الترتيب يسهل من عملية ايجاده أكثر.

2. **شرح معنى كل مؤشر:**

- ✓ <u>**معنى الوسيط**</u>: يعني أن نصف العمال أجورهم الساعية أقل من 40 دج/سا والنصف الآخر من العمال أجورهم الساعية أكبر من ذلك.
- ✓ <u>**معنى المنوال**</u>: عموما يعنى المنوال الأجر الساعي الأكثر تكرارا أو انتشارا، بعبارة أخرى، الأجر الذي يتقاضاه أكبر عدد من العمال من بين هؤلاء. وفي مثالنا هذا يمكن القول لدينا سبعة أجور ساعية هي الأكثر تكرارا. لكن هذا التعدد في المنوال أفقده معناه وأهميته في الوصف والتحليل.
- ✓ <u>**معنى الربيع الثالث**</u>: يعني أن ثلاثة أرباع العمال أجورهم الساعية أقل من 45 دج/سا والربع الآخر من العمال أجورهم الساعية أكبر من ذلك.

وهكذا مع بقية المؤشرات.....

حل التمرين السادس:

1. إعادة حساب المؤشرات السابقة انطلاقا من هذا التوزيع التكراري:

الجدول رقم (4-8): للأجر الساعي لـ 50 عاملا.

الفئات	الحدود الفعلية	n_i	$F\nearrow$
29 – 25	29.5 – 24.5	5	5
34 – 30	34.5 – 29.5	8	13
39 – 35	39.5 – 34.5	10	23
44 – 40	44.5 – 39.5	13	36
49 – 45	49.5 – 44.5	8	44
54 – 50	54.5 – 49.5	6	50
المجموع	/	**50**	

<u>المصدر</u>: الجدول رقم (4-4)

حساب الوسيط: يمر حساب الوسيط بمرحلتين:

أولا. نحدد الفئة الوسيطية، وهي الفئة التي تحوي القيمة ذات الرتبة $n/2$ في التكرار المتجمع الصاعد، لذا سنستعين بالتكرار الصاعد.

(لا حاجة لإدراج التوزيع التكراري المتجمع الصاعد)

$$\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

نلاحظ أن القيمة ذات الرتبة 25 موجودة في الفئة الرابعة (39,5 - 44,5)، وهي إذن الفئة الوسيطية.

ثانيا: **نحسب قيمة الوسيط**: وذلك بالقانون التالي:

$$M_e = B_{min} + \frac{\frac{n}{2} - F(B_{min})}{n_{M_e}} L = 39.5 + \frac{\frac{50}{2} - 23}{13} 5 = \mathbf{40.26\ DA/h}$$

حساب المنوال: بما أن الفئات "<u>متساوية الطول</u>" فإن حساب المنوال يمر بمرحلتين فقط:

أولا: تحديد الفئة المنوالية، وهي التي تقابل أكبر تكرار مطلق، أي الفئة الرابعة (39,5 - 44,5)

ثانيا: نطبق القانون التالي:

$$M_o = B_{min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} L = 39.5 + \frac{(13-10)5}{(13-10)+(13-8)} = \mathbf{41.37\ DA/h}$$

حساب الربيع الثالث: يحسب هذا المؤشر -وغيره من أشباه الوسيط- بطريقة مشابهة تقريبا لطريقة حساب الوسيط، يكمن الاختلاف الوحيد من مؤشر لآخر في الرتبة فقط:

$$Q_3 = B_{min} + \frac{\frac{3n}{4} - F(B_{min})}{n_{Q_3}} L = 44.5 + \frac{37.5 - 36}{8} 5 = \mathbf{45.43\ DA/h}$$

- حساب العشير الأول:

$$D_1 = B_{min} + \frac{\frac{n}{10} - F(B_{min})}{n_{D_1}} L = 24.5 + \frac{5-0}{5} 5 = \mathbf{29.50}\ \boldsymbol{DA/h}$$

- حساب العشير السابع:

$$D_7 = B_{min} + \frac{\frac{7n}{10} - F(B_{min})}{n_{D_7}} L = 39.5 + \frac{35-23}{13} 5 = \mathbf{44.50}\ \boldsymbol{DA/h}$$

- حساب المئين الرابع:

$$P_4 = B_{min} + \frac{\frac{4n}{100} - F(B_{min})}{n_{P_4}} L = 24.5 + \frac{2-0}{5} 5 = \mathbf{26.50}\ \boldsymbol{DA/h}$$

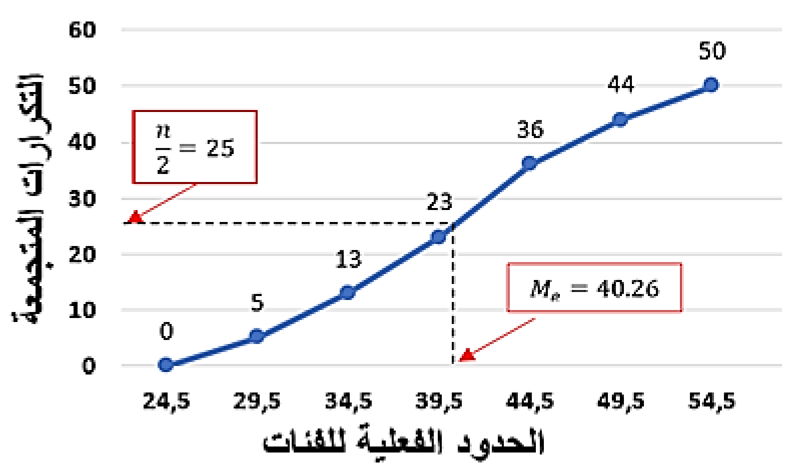
- حساب المئين الخامس عشر:

$$P_{15} = B_{min} + \frac{\frac{15n}{100} - F(B_{min})}{n_{P_{15}}} L = 29.5 + \frac{7.5-5}{8} 5 = \mathbf{31.01}\ \boldsymbol{DA/h}$$

2. التحديد البياني لكل من الوسيط والمنوال بالاعتماد على المضلع المتجمع الصاعد والمدرج التكراري على الترتيب:

- تحديد الوسيط من المضلع المتجمع الصاعد:

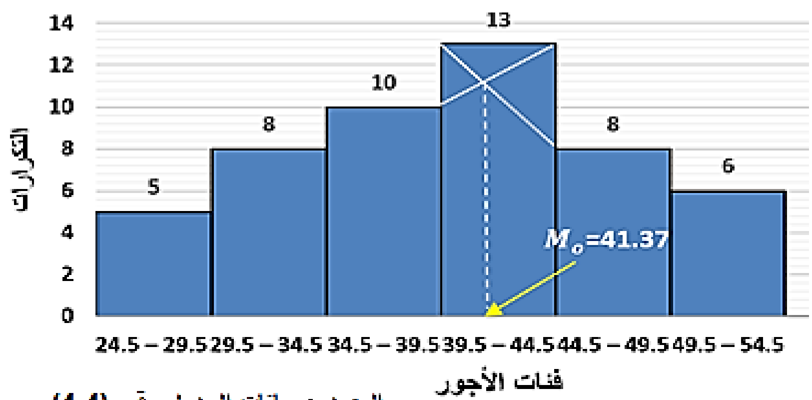
الشكل رقم (4-1): المضلع التكراري المتجمع الصاعد



المصدر: بيانات الجدول رقم (4-4)

- تحديد المنوال بيانيا من المدرج التكراري:

الشكل رقم (4-2): المدرج التكراري لأجور العمال



المصدر: بيانات الجدول رقم (4-4)

حل التمرين السابع:

الجدول رقم (4-9): توزيع تكراري افتراضي.

الفئات	n_i	الحدود الفعلية	x_i	$n_i.x_i$	التكرار المتجمع الصاعد: حدود عليا فعلية	$F\nearrow$
					أقل من 49.995	0
59.99 – 50.00	8	59,995-49,995	54.995	439.960	أقل من 59.995	8
69.99 – 60.00	10	69,995-59,995	64.995	649.950	أقل من 69.995	18
79.99 – 70.00	**16**	79,995-69,995	74.995	1199.920	أقل من 79.995	34
89.99 – 80.00	14	89,995-79,995	84.995	1189.930	أقل من 89.995	48
99.99 – 90.00	10	99,995-89,995	94.995	949.950	أقل من 99.995	58
109.99 – 100.00	5	109,995-99,995	104.995	524.975	أقل من 109.995	63
119.99 – 110.00	2	119,995-109,995	114.995	229.990	أقل من 119.995	65
المجموع	**65**			**5184.675**		

المصدر: بيانات الجدول رقم (4-5)

1. حساب المنوال:

- تحديد الفئة المنوالية: الفئة الأعلى تكرارا (الفئة 3).
- حساب المنوال:

$$M_O = B_{min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} L = 69.995 + \frac{(16-10)10}{(16-10)+(16-14)} = \mathbf{77.4950}$$

2. إذا افترضنا أن المنحنى التكراري لهذا التوزيع بسيط الالتواء:

أ. حساب المنوال باستخدام العلاقة الاعتبارية بينه وبين الوسط الحسابي والوسيط:

$$[\bar{X} - M_o = 3(\bar{X} - M_e)] \Leftrightarrow [M_O = 3M_e - 2\bar{X}]$$

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{5184.675}{65} = \mathbf{79.7642}$$

$$M_e = B_{min} + \frac{\frac{n}{2} - F(L_0)}{n_M} L = 69.995 + \frac{32.5 - 18}{16} 10 = 69.995 + 9.0625 = \mathbf{79.0575}$$

$$M_O = 3M_e - 2\bar{X} = 3(79.0575) - 2(79.7642) = \mathbf{77.6440}$$

وسبق أن وجدنا المنوال يساوي **77.4950** وذلك بتطبيق القانون، وهي نتيجة من الواضح أنها "قريبة جدا" من قيمة المنوال المستخرجة من العلاقة بينه وبين الوسيط والوسط الحسابي.

إذن نعتقد أن افتراضنا في السؤال الثاني "**صحيح**"، لأن العلاقة الاعتبارية أعطت نتيجة تكاد تكون مطابقة لنتيجة قانون المنوال، وعليه فالتوزيع فعلا بسيط الالتواء. (موجب الالتواء لأن المنوال هو الأصغر).

حل التمرين الثامن: إليك التوزيع التكراري التالي:

الجدول رقم (4-10): الجدول رقم (4-6) السابق (توزيع تكراري افتراضي)

الفئات	10 – 20	20 – 30	30 – 50	50 – 80	80 – 90	المجموع
n_i	12	13	32	47	15	**119**

المصدر: الجدول رقم (4-6) السابق.

حساب المنوال:

نلاحظ أن الفئات غير متساوية الطول، لذا وجب تعديل التكرارات أولا، وفقا للخطوات التالية:

- استخراج القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات، وليكن *PGCD* (*PGCD=10*)
- حساب القيم ai حيث ai يساوي طول الفئة على *PGCD*.
- حساب التكرار الجديد n'_i حيث ($n'_i = n_i / a_i$)

بعدها نحدد الفئة المنوالية، وهي الفئة ذات n'_i الأكبر.

الجدول رقم (4-11): تعديل التكرارات للجدول رقم (4-6).

الفئات	n_i	a_i	n'_i
10 – 20	12	1	12.00
20 – 30	13	1	13.00
30 – 50	32	2	**16.00**
50 – 80	47	3	15.67
80 – 90	15	1	15.00
	119		/

المصدر: الجدول رقم (4-6) السابق.

أو بطريقة استخراج الطول المرجعي من بين أحد أطوال الفئات، التي رأيناها مفصلة في التمرين الثاني من السلسلة الثالثة، حيث تستخدم كبديل عن الطريقة السابقة، وتظهر أهميتها أكثر فأكثر عندما لا يكون بالإمكان استخرج القاسم المشترك الأكبر لأطوال الفئات... وكمراجعة... خطواتها بسيطة وهي اثنتان فقط:

- ✓ **اختيار أحد أطوال الفئات كطول مرجعي:** يستحسن في هذا الاختيار أن يكون الطول المختار هو الأكثر انتشارا ويستحسن أيضا أن يكون الأصغر من بين الأطوال.
- ✓ **تطبيق القانون الآتي:** $n'_i = n_i \times \frac{ls}{l_i}$ حيث:

n'_i التكرار المعدل للفئة i — ls الطول المختار من بين أطوال الفئات.

n_i التكرار الأصلي للفئة i — l_i الطول الأصلي للفئة i

أخيرا نحسب المنوال بالقانون:

$$M_O = B_{min} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} L = 30 + \frac{(16-13)20}{(16-13)+(16-15.67)} = \mathbf{48.02}$$

حل التمرين المقترح:

إذا كانت لدينا سلسلة القيم: $x_1, x_2, \dots, x_n$ حيث $\bar{X}$ وسطها الحسابي، وكان لدينا $A, B, C;$ أعداد حقيقية.

- ✓ اثبات أن $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X}) = 0$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X}) = (x_1 - \bar{X}) + (x_2 - \bar{X}) + (x_3 - \bar{X}) \dots + (x_n - \bar{X})$$

$$= (x_1 + x_2 + \dots + x_n) - \underbrace{\bar{X} - \bar{X} - \dots - \bar{X}}_{n\ \text{مرة}} = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i - n\bar{X}\right) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i - n\frac{\sum x_i}{n}\right)$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i\right) = 0$$

- ✓ اثبات أن $\bar{X} = \bar{Z} + A$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{(z_1 + A) + (z_2 + A) + \dots + (z_n + A)}{n}$$

$$= \frac{(z_1 + z_2 + \dots + z_n) + (A + A + \dots . + A)}{n} = \frac{\sum z_i + nA}{n} = \frac{\sum z_i}{n} + \frac{nA}{n} = \bar{Z} + A$$

- ✓ اثبات أن $\bar{Y} = C \times \bar{X}$

$$\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{(Cx_1) + (Cx_2) + \dots + (Cx_n)}{n} = \frac{C\sum x_i}{n} = C \times \bar{X}$$

انتهى حل سلسلة التمارين رقم 04 في مقياس الإحصاء الوصفي.

أستاذ المقياس الدكتور الهاشمي عبابسة.

h.ababsa@univ-biskra.dz

ملاحظة: الحلول المفصلة لهذه السلسلة موجودة في فيديو يوتيوب على قناة الدكتور عبابسة الهاشمي. فقط أكتب في خانة البحث:

"hachemi ababsa"