Chapter 3: Measurement units and numeral systems

I.1 Introduction

Computers use different units of measurement to describe various computational goals. Learn about the bit and byte of memory capacity, pixel in photos and hertz for frequency or processing speed.

The numbering system or the numeral system is the system of naming or representing numbers. A numeral system is a writing system for expressing numbers; that is, a mathematical notation for representing numbers of a given set, using digits or other symbols in a consistent manner. We know that a number is a mathematical value that helps to count or measure objects and it helps in performing various mathematical calculations. There are different types of number systems like decimal number system, binary number system, octal number system, and hexadecimal number system.

تستخدم أجهزة الكمبيوتر وحدات قياس مختلفة لوصف الغايات الحسابية المختلفة للأعداد. فوحدات البت والبايت لقياس سعة الذاكرة والبكسل في دقة الصور والهرتز للتردد أو سرعة المعالجة...الخ

نظام الترقيم أو نظام الأرقام هو نظام تسمية الأرقام أو تمثيلها. نظام الأرقام هو نظام كتابة للتعبير عن الأرقام؛ أي تدوين رياضي لتمثيل أرقام مجموعة معينة، باستخدام الأرقام أو الرموز الأخرى بطريقة متسقة. الرقم هو قيمة رياضية تساعد في حساب الأشياء أو قياسها وتساعد في إجراء العمليات الحسابية المختلفة. هناك أنواع مختلفة من أنظمة الأرقام **مثل** نظام التعداد العشري، ونظام التعداد الثنائية، ونظام التعداد الثماني، ونظام التعداد السادس عشري.

I.2. Physical representation of the information

Although the information is digitized, its support is physical, therefore analog: typically, in current technology, tension.

Knowledge of a state therefore depends on two thresholds, high and low. With an electrical signal, it shows that there are two significant states, the low state (value 0) when the voltage is lower than a low reference, and a high state (value 1) when the voltage is higher than a high reference, for example, at t1 the signal is high and at t2 the signal is low.

التمثيل المادي للمعلومات : على الرغم من أن المعلومات رقمية، إلا أن تمثيلها الفيزيائي في الالة يعتمد على التوتر. ولذلك فإن معرفة الحالة تعتمد على عتبتين، عالية و منخفضة. مع الإشارة الكهربائية، يظهر أن هناك حالتين مهمتين، الحالة المنخفضة **(القيمة 0)** عندما يكون الجهد أقل من مرجع منخفض، والحالة العالية **(القيمة 1)** عندما يكون الجهد أعلى من مرجع مرتفع، ل على سبيل المثال، عند t1 تكون الإشارة عالية 1 وعند t2 تكون الإشارة منخفضة 0.

Remark:

With a bit, it is thus possible to obtain two states: either 1 or 0 (2^1)

With 2 bits, it is possible to obtain 4 different states (2^2):

With 3 bits, it is possible to obtain 8 different states: (2^3) binary value on 3 bits

For a group of n bits, it is possible to represent (2^n) binary sequences.

في مساحة من n بيت نستطيع تمثيل 2^n سلسلة مختلفة .

The byte: is a unit of information composed of 8 bits. For example, it allows you to store a character, such as a letter or a number. For a byte:
The smallest number is 0 (represented by eight zeros 00000000)
And the greatest is 255 (represented by eight digits "one" 1111 1111),

This represents 256 possibilities of different binary values 2^8.

The different units of measurement are :
1 Byte = 8 Bits

1 kilobyte (kB) = 2^{10} bytes = 1024 bytes

1 Megabyte (MB) = 2^{20} bytes = 1024 ko = 1 048 576 bytes

1 Gigabyte (GB) = 2^{30} bytes = 1024 Mo = 1 073 741 824 bytes

1 Terabyte (TB) = 2^{40} bytes = 1024 Go = 1 099 511 627 776 bytes

Unit	Shortened	Capacity
Bit	b	1 or 0 (on or off)
Byte	B	8 bits
Kilobyte	KB	1024 bytes = 2^{10} bytes
Megabyte	MB	1024 kilobytes = 2^{20} bytes
Gigabyte	GB	1024 megabytes = 2^{30} bytes
Terabyte	TB	1024 gigabytes = 2^{40} bytes
Petabyte	PB	1024 terabytes = 2^{50} bytes
Exabyte	EB	1024 petabytes = 2^{60} bytes
Zettabyte	ZB	1024 exabytes = 2^{70} bytes
Yottabyte	YB	1024 zettabytes = 2^{80} bytes

I.3. Numeral systems

Before approaching the representation of the different types of data (characters, natural numbers, real numbers), it is advisable to become familiar with the representation of a number in any base. Subsequently, we will often use the bases 2, 8, 10 and 16 that are the most used in computing.
Usually, we use the base 10 to represent numbers, that is to say that we write using 10 distinct symbols: digits.
In base b, we use b digits. Let's denote ai the digits used to write a number N = $a_{n-1}...a_1a_0$
Decimal, b = 10, $a_i \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ 10 decimal digits

binary, b = 2, $a_i \in \{0,1\}$: 2 binary digits, or bits .

octal, b = 8, $a_i \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$: 8 octal digits
hexadecimal, b = 16, $a_i \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F\}$ 16 hexadecimal digits (we use the first 6 letters “A,B,C,D,E,F” as numbers for the numbers 10,11, 12, 13,14, 15 respectively).
Examples:

- $(01101110)_2$ is a binary number with size n=8 bits (represented in one byte)
- $(2801687)_{10}$ is a decimal number represented in n=7 digits
- $(2AC017)_{16}$ is hexadecimal number represented in n=6 digits

- $(20157)_8$ is an octal number of size n=5 digits

I.3. 1 Convert a number N from any base "b" to a decimal number

Let N = $(a_{n-1}...a_1a_0)_b$ sequence of digits in a base b system. To convert a word in any base to a decimal number, simply multiply the value of each digit by its weight, then add each result

I.3.1 **تحويل رقم N من أي أساس "b" إلى رقم عشري**

نكتب $N = (a_{n-1}...a_1a_0)_b$ تسلسل من الرموز في ن الأساس **b**. حيث a_i تمثل الرمز **a** ذو الثقل **i**

لتحويل رقم من أي أساس إلى رقم عشري نحسب مجموع الجداءات كالتالي:

e.i We multiply each digit of the number with its place value and add the products.

N10 = *(an−1)* * b^{n-1} + …. *(a2 * b^2) + (a1* b^1) + (a0 * b^0)*

$$\sum_{i=0}^{n-1} (a_i \times b^i)$$

Example :

(0101)2 = 2^3x0 + 2^2 x1 + 2^1 x 0 + 2^0x1 = 8x0 + 4x1 + 2x0 + 1x1 = 5

(2AC017)16 = 16^5x 2 +16^4x10 +16^3x12 + 16^2x0 + 16^1x1 + 16^0x7 = (2801687)10

(20157)8 = 84x2 +83x0 + 82x1 + 81x5 + 80x7 = (8303)10

decimal	octal	hexadecimal	Binary
0	0	0	0000
1	1	1	0001
2	2	2	0010
3	3	3	0011
4	4	4	0100
5	5	5	0101
6	6	6	0110
7	7	7	0111
8	10	8	1000
9	11	9	1001
10	12	A	1010
11	13	B	1011
12	14	C	1100
13	15	D	1101
14	16	E	1110
15	17	F	1111
16	20	10	10000
17	21	11	10001

I.3.2. Convert a decimal number N to a number in any base system b

For a positive decimal number, we proceed by successive divisions. We divide the number by the base, then the quotient obtained by the base, and so on until the quotient

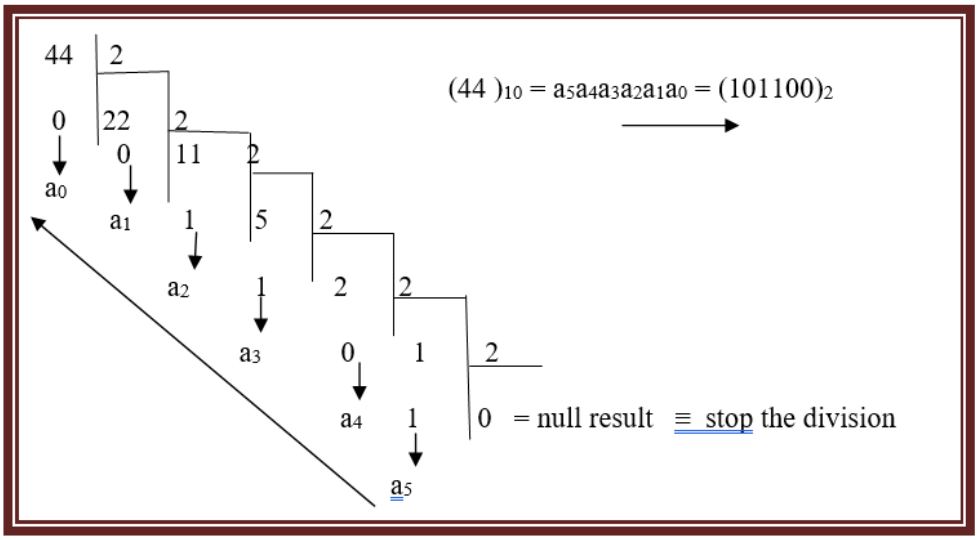
becomes 0. The sequence of remainders obtained corresponds to the digits in the numeration system of the target base b. Write the remainders **from bottom to top** and **from the left to the right**

تحويل رقم من النظام العشري إلى أي نظام تعداد b

نقوم بالقسمة الإقليدية للرقم العشري على القاعدة المراد التحويل إليها ، نحتفظ بباقي القسمة ثم نعاين حاصل القسمة إذا كان لا يساوي الصفر نكرر العملية على الحاصل ونحتفظ بالباقي حتى يصبح حاصل القسمة يساوي الصفر.

نحصل على العدد في النظام المستهدف بكتابة بواقي القسمة المحصلة مرتبة من اليسار إلى اليمين و نبدأ بآخر باقي قسمة حتى الأول.

Example:
Convert the number (44)10 to base 2, then to the base 8, and then to the base 16 system
To binary system:



I.3.3. Convert a binary number to a hexadecimal number and to an octal number
These bases: 2, 8 and 16 correspond to powers of 2 (21, 23 and 24), hence very simple passages from one to the other.
I.3.3.1. convert a binary number to an octal number
Starting from the right to the left, we partition the binary number into groups of three bits. Then, we convert each group of binary numbers to octal and write them in the same order.

التحويل من الثنائي إلى رقم السداسي عشر وإلى الثماني

هذه القواعد: 2 و 8 و 16 تتوافق مع قوى العدد 2 (2^1 و 2^3 و 2^4)، وبالتالي التنقل من قاعدة إلى أخرى بسيط.

التحويل من الثنائي إلى الثماني

بدءًا من اليمين إلى اليسار، نقوم بتقسيم الرقم الثنائي إلى مجموعات مكونة من ثلاث بتات. ثم نقوم بتحويل كل مجموعة من الأرقام الثنائية إلى رقم ثماني ونكتبها بنفس الترتيب.

Example: (110 101 001 011)2= (?)8

Let's split it into groups of 3 digits:	110	101	001	011
Let's translate each of the groups into octal	6	5	1	3
Group values in decimal	6×8^3	5×8^2	1×8^1	3×8^0

So: (110101001011)2= (6513)8.

I.3.3.2. convert a binary number to a hexadecimal number

We group the bits from right to left 4 bits per group, then we replace the 4 bits of each group by a corresponding hexadecimal digit.

تحويل رقم ثنائي إلى رقم سداسي عشر

نقوم بتجميع البتات من اليمين إلى اليسار 4 بتات لكل مجموعة، ثم نستبدل البتات الأربعة من كل مجموعة برقم سداسي عشري مناظر.

I.3.4. Convert octal number to binary number

To convert an octal number to binary, we write 3-bit binary equivalent of each octal digit in the same order. Therefore; We replace (represent) each octal digit of the number by the corresponding 3 binary digits

I.3.5. Convert hexadecimal number to binary number

Convert hexadecimal to binary is a conversion of a number in a hexadecimal number system to an equivalent number in the binary number system.

We write 4-bit binary equivalent of each hexadecimal digit in the same order. Therefore; We replace (represent) each hexadecimal digit of the number by the corresponding 4 binary digits

I.3.6. Representation of fractional numbers (unsigned real numbers)

Fractional numbers are those that have digits after the decimal point. Example: In the decimal system, we write

تمثيل الأعداد الكسرية (الأعداد الحقيقية الموجبة)

الأرقام الكسرية هي تلك التي تحتوي على أرقام بعد العلامة العشرية. **مثال**: في النظام العشري نكتب

(12, 346)10 = $1* 10^1 + 2 *10^0 + 3* 10^{-1} + 4* 10^{-2} + 6* 10^{-3.}$

I.6.6.1. Convert fractional number from any base b to decimal number

Consider the fractional number "N" written in base "b" as follows:

$N=(a_{n-1}...a_1a_0 , a_{-1}a_{-2}...a_{-p})_b$

The decimal equivalent is obtained by the following formula:

$N10=[(a_{n-1}*b^{n-1}+...+a_0*b^0)+(a_{-1}*b^{-1}+...+a_{-p}*b^{-p})]_{10}$

Then the value of any decimal number will be equal to the sum of its digits multiplied by their respective weights,

Example: Convert the number N= (1010.11)2 to decimal number

We multiply each binary digit with its place value and add the products.

$(\mathbf{1010.11})_2 = (\mathbf{1 \times 2^3}) + (\mathbf{0 \times 2^2}) + (\mathbf{1 \times 2^1}) + (\mathbf{0 \times 2^0}) + (\mathbf{1 \times 2^{-1}}) + (\mathbf{1 \times 2^{-2}}) = (\mathbf{10.75})_{10}$

N= $(1010.11)_2$ = $(10.75)_{10}$

I.6.6.2. Convert a fractional decimal number to any base b

We convert the integer part and fractional part separately and then combine the results. We multiply the **fractional part** by the base "b", by repeating the operation on the fractional part of the product until it becomes zero (or until the desired precision is reached). For the **integer part**, we proceed by divisions as for an integer.

Example*:* Convert the number N= (85.375)10 to binary number (base 2)

Integer part

The integer part of 85.375 is 85. Divide this number repeatedly by 2 until the quotient becomes 0. Write the remainders **from bottom to top** :

(85)10 = (1010101)2

Fractional part

The fractional part of 85.375 is 0.375. Multiply the fractional part repeatedly by 2 until it becomes 0.

0.375 × **2** = **0.750** → **0.750** × **2** = **1.500** → **0.500** × **2** = **1.000 stop**

From top to bottom, write the integer parts of the results to the fractional part of the number in base 2: (**0.375**)**10** = (**0.011**)**2**

Combine the whole number and fractional parts to obtain the overall result.

N = (**85.375**)**10** = (**1010101**)**2** + (**0.011**)**2** = (**1010101.011**)**2**

جزء صحيح

الجزء الصحيح من 85.375 هو 85 .نحوله بتطبيق القاعدة الى الثنائي $_{10}(85) = {}_{2}(1010101)$

الجزء الكسري

الجزء الكسري من 85.375 هو 0.375. اضرب الجزء الكسري بشكل متكرر في 2 حتى يصبح 0.

اكتب الأجزاء الصحيحة من النتائج إلى الجزء الكسري من الرقم في الأساس 2 : $_{10}(0.375) = {}_{2}(0.011)$